



**Universidade Federal de Santa Catarina
Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção**

**ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS
APLICADA À CONFIABILIDADE DE
SISTEMAS COMPLEXOS**

Tese de Doutorado

Luis Felipe Dias Lopes

**Florianópolis
2001**

Universidade Federal de Santa Catarina
Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção

**ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS
APLICADA À CONFIABILIDADE DE
SISTEMAS COMPLEXOS**

Luis Felipe Dias Lopes

Tese apresentada ao
Programa Pós-graduação em
Engenharia de Produção da
Universidade Federal de Santa Catarina
como requisito parcial para obtenção
do título de Doutor em
Engenharia de Produção

Florianópolis
2001

Luis Felipe Dias Lopes

**ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS APLICADA À
CONFIABILIDADE DE SISTEMAS COMPLEXOS**

Esta Tese foi julgada e aprovada para a
obtenção do Título de **Doutor em Engenharia de
Produção** no **Programa de Pós-graduação em
Engenharia de Produção** da
Universidade Federal de Santa Catarina

Florianópolis, 10 de agosto de 2001.

Prof. Ricardo Miranda Barcia, Ph. D.
Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

Robert Wayne Samohyl, Ph. D.
Orientador

Pedro Alberto Barbeta, Dr.
Moderador

Gutemberg Hespanha Brasil, Dr.

Adriano Mendonça Souza, Dr.

Miguel Angel Verdinelli, Dr.

Cornélio Celso de Brasil Camargo, Dr

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a
minha esposa Marla,
meus filhos Fillipe e
Eduarda e a minha Mãe.

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal de Santa Catarina.

Ao orientador Prof. ROBERT WAYNE SAMOHYL, Ph. D., pelo incentivo e pela orientação na elaboração deste trabalho.

Aos membros da banca examinadora, pela contribuição.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior CAPES.

A STIHL em nome do Engenheiro Geraldo Pizatto e a secretária Rosane Schollmeier pelo apoio, compreensão, dedicação e colaboração na pesquisa.

A minha esposa MARLA e aos meus filhos FILLIPE e EDUARDA.

Aos meus pais, MILTON (*In memorian*) e MARIA PERPÉTUA.

A minha irmã MARIA CLÁUDIA e família.

A minha amiga e colega MARIA EMILIA CAMARGO, pelo carinho, incentivo e amizade.

Aos meus colegas ANDERSON, BETI, JOÃO HÉLVIO, LUCIANA VERA, VEIMAR e WESLEY, pela força, amizade e companheirismo indispensável.

Aos meus familiares e amigos que torceram para que esse trabalho fosse realizado com êxito.

Aos meus colegas de departamento e a Universidade Federal de Santa Maria.

A DEUS, por tudo.

SUMÁRIO

	Pág.
LISTA DE TABELAS	viii
LISTA DE FIGURAS	x
LISTA DE ANEXOS	xii
LISTA DE APENDICES	xiii
LISTA DE ACRÔNIMOS	xiv
RESUMO	xv
ABSTRACT	xvi
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Justificativa	1
1.2 Objetivos	3
1.2.1 Objetivo geral	3
1.2.2 Objetivos específicos	3
1.3 Importância do trabalho	3
1.4 Metodologia	4
1.5 Estrutura do trabalho	5
2 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE	6
2.1 Conceitos em confiabilidade	6
2.1.1 Tipos de censuras	7
2.1.2 Tempo de falha de um equipamento	8
2.1.2.1 Função de confiabilidade	8
2.1.2.2 Função taxa de falha $Z(t)$ e função densidade de falha $f(t)$	9
2.1.3 Tempo médio até falhar (MTTF)	10
2.1.4 Estimação da função de confiabilidade sem censura	11
2.1.5 Estimação da função de confiabilidade com censura	11
2.1.6 Estimadores não-paramétricos	12

	vi
2.1.6.1 Método de Kaplan-Meier ou Limite-produto	12
2.2 Estimadores paramétricos	13
2.2.1 Distribuição exponencial	13
2.2.2 Distribuição log-normal	14
2.2.3 Distribuição de Weibull	16
2.2.4 Distribuição gamma	18
2.3 Estimação de parâmetros para modelos paramétricos	19
2.3.1 Estimador de máxima verossimilhança para o modelo exponencial	21
2.3.2 Estimador de máxima verossimilhança para o modelo Weibull	22
2.3.3 Estimador de máxima verossimilhança para o modelo gamma	23
2.4 Prova de exatidão para o ajuste da distribuição	24
2.4.1 Método analítico de Qui-quadrado (χ^2)	25
2.4.2 Método analítico de Kolmogorov-Smirnov (K-S)	25
2.4.3 Método gráfico comparativo dos estimadores não-paramétricos e paramétricos	26
2.5 Síntese do capítulo	27
3 ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS	28
3.1 Introdução	29
3.2 Conceitos em análise de componentes principais (ACP)	30
3.2.1 Geração dos componentes principais	30
3.2.2 Não-correlação entre os componentes principais	32
3.2.3 Seleção do número de componentes principais	34
3.2.4 Componentes principais obtidas de variáveis padronizadas	37
3.3 Síntese do capítulo	39
4 O USO DE ACP NA ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE SISTEMAS COMPLEXOS	40
4.1 Casos tradicionais de confiabilidade multivariada	40
4.1.1 Por que a utilização da ACP?	43
4.2 Etapas para o desenvolvimento da metodologia	44
4.3 Comparação da metodologia proposta com outros processos	47

	vii
4.4 Síntese do capítulo	49
5 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA	51
5.1 Um breve histórico da empresa	51
5.1.1 Análise de falha de uma peça	52
5.2 Aplicação da metodologia	53
5.2 Determinação do número de componentes principais	61
5.3 Análise multivariada dos componentes principais	64
5.3.1 Correlação entre as peças originais e os componentes principais	64
5.3.2 Análise do primeiro componente principal	65
5.4 Comparação da metodologia proposta com a tradicional	71
5.4.1 Metodologia proposta e a metodologia univariada tradicional	71
5.4.2 Metodologia proposta e a metodologia do menor tempo de falha (MTF)	73
5.5 Síntese do capítulo	74
6 CONCLUSÃO	74
6.1 Análise de custos na aplicação da metodologia	74
6.2 Discussões finais	79
6.3 Conclusões	80
6.4 Recomendações para trabalhos futuros	81
7 BIBLIOGRAFIA	82
ANEXOS	88
APENDICE	106

LISTA DE TABELAS

	Pág.
TABELA 1: Grupos funcionais e seus respectivos número de peças (inicial e selecionada)	55
TABELA 2: Medidas descritivas para o tempo de vida das peças selecionadas	56
TABELA 3: Matriz de correlação entre o tempo de vida das 18 peças finais	58
TABELA 4: Matriz de variância-covariância entre o tempo de vida das 18 peças finais	60
TABELA 5: Autovalores da matriz de variância-covariância e seus respectivos coeficientes de explicação	61
TABELA 6: Autovetores definidos para cada peça original	62
TABELA 7: Correlação entre as peças originais e os três componentes selecionados	64
TABELA 8: Medidas descritivas para os primeiros componentes principais	66
TABELA 9: Parâmetros estimados para os modelos	67
TABELA 10: Teste de aderência para os modelos	68
TABELA 11: Função de confiabilidade Weibull/Gamma para o primeiro componente principal e seus respectivos coeficientes de explicação	69
TABELA 12: Confiabilidade para os percentis 10, 50 e 90 para o primeiro componente principal	70
TABELA 13: Confiabilidade para os percentis 10, 50 e 90 para as peças originais e o primeiro componente principal	72
TABELA 14: Parâmetros estimados para o modelo Weibull para o tempo de vida das peças originais	91
TABELA 15: Função de confiabilidade Weibull para o tempo de vida das peças originais e seus respectivos coeficientes de explicação	92
TABELA 16: Matriz de correlação* das 33 peças selecionadas	97
TABELA 17: Parâmetros estimados para os modelos – MTF	103
TABELA 18: Testes de aderência para os modelos para o MTF	104

TABELA 19: Parâmetros estimados para o modelo exponencial para as peças de 1 a 5	109
TABELA 20: Função de confiabilidade exponencial para o tempo de vida das peças de 1 a 5 e seus respectivos coeficientes de explicação	110
TABELA 21: Testes de aderência para o modelo exponencial para o tempo de vida das peças de 1 a 5	111
TABELA 22: Estatística descritiva do tempo de vida das peças simuladas x 1000 horas	113
TABELA 23: Matriz das correlações entre o tempo de vida das peças simuladas	113
TABELA 24: Valores das variâncias e covariâncias entre o tempo de vida das peças simuladas	113
TABELA 25: Autovalores e seus respectivos coeficientes de explicação	114
TABELA 26: Autovetores encontrados para as peças simuladas	115
TABELA 27: Correlação entre as variáveis simuladas e as componentes Principais	116
TABELA 28: Estatística descritiva do tempo de vida do 1º componente principal x 1000 horas	117
TABELA 29: Parâmetros estimados para os modelos exponencial e Weibull	118
TABELA 30: Função de confiabilidade Exponencial e Weibull para o tempo de vida do 1º componente principal e seus respectivos coeficientes de explicação	118
TABELA 31: Teste de aderência para o modelo Exponencial e Weibull	119

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
FIGURA 1: Tempo de vida acumulado de um equipamento e a função de confiabilidade	9
FIGURA 2: Função densidade de probabilidade exponencial para alguns valores de λ	14
FIGURA 3: Função densidade de probabilidade log-normal para $\mu = 1$ e alguns valores de σ	15
FIGURA 4: Variações da função densidade de probabilidade de Weibull para alguns valores de δ e com $\alpha = 1$	16
FIGURA 5: Particularidades da Distribuição Weibull para $\alpha = 300$ e δ variável	17
FIGURA 6: Função densidade de probabilidade gamma para alguns valores de δ	19
FIGURA 7: Esquema para obtenção das “p” componentes principais	31
FIGURA 8: Elipsóide de densidade constante	31
FIGURA 9: Algoritmo explicativo da metodologia proposta	42
FIGURA 10: Comparação da metodologia proposta com a análise univariada	48
FIGURA 11: Peso dos autovalores, segundo o Critério Gráfico de Cattell	63
FIGURA 12: Tempo de vida dos componentes principais selecionados	65
FIGURA 13: Gráfico comparativo para os tempos de vida dos componentes principais	66
FIGURA 14: Função densidade de falha $f(t)$ para o primeiro componente principal	67
FIGURA 15: Kaplan-Meier x Modelo Weibull/Gamma para o primeiro componente principal	69
FIGURA 16: Função de confiabilidade $R(t)$ para o primeiro componente principais	70
FIGURA 17: Gráfico de dispersão comparativo do tempo de vida do primeiro componente principal e das peças originais	71
FIGURA 18: Relação da confiabilidade do primeiro componente principal com a das peças originais	72

	Pág.
FIGURA 19: Gráfico comparativo do tempo de vida do primeiro componente principal com o menor tempo de falha	73
FIGURA 20: Tempo de vida das peças originais	89
FIGURA 21: Função de confiabilidade Weibull para o tempo de vida das peças originais	94
FIGURA 22: Tempo de vida para o MTF	103
FIGURA 23: Tempo de vida das peças de 1 a 5	107
FIGURA 24: Função densidade de falha $f(t)$ para o tempo de vida das peças de 1 a 5	108
FIGURA 25: Função de confiabilidade (modelo exponencial) para o tempo de vida das peças de 1 a 5	111
FIGURA 26: Kaplan-Meier x Distribuição Exponencial para o tempo de vida das peças de 1 a 5	112
FIGURA 27: Peso do autovalores e o Critério Gráfico de Cattel	115
FIGURA 28: Tempo de vida do 1º componente principal	117
FIGURA 29: Função densidade de falha $f(t)$ para o tempo de vida do 1º componente principal	117
FIGURA 30: Função de confiabilidade (exponencial e Weibull) para o 1º componente principal	118
FIGURA 31: Kaplan-Meier x Distribuição exponencial e Weibull para o 1º componente principal	119
FIGURA 32: Função de confiabilidade (modelos Kaplan-Meier, Exponencial e Weibull) para o 1º componente principal	120
FIGURA 32: Gráfico de dispersão do 1º componente principal com as peças originais	121
FIGURA 33: Relação da confiabilidade do 1º componente principal com as peças de 1 a 5	122

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO 1: Tempo de vida das peças originais	89
ANEXO 2: Parâmetros estimado para o modelo Weibull	91
ANEXO 3: Função de confiabilidade para o modelo Weibull	92
ANEXO 4: Gráfico da função de confiabilidade usando o modelo Weibull	94
ANEXO 5: Matriz de correlação das 33 peças selecionadas	97
ANEXO 6: Análise de confiabilidade do menor tempo de falha entre as peças originais	103

LISTA DE APÊNDICES

	Pág.
APÊNDICE A: Análise de dados simulados	106

LISTA DE ACRÔNIMOS

ACP = Análise de Componentes Principais

CL = Combinação Linear

C.V. = Coeficiente de Variação de Pearson

d.p. = Desvio Padrão

$f(t)$ = Função densidade de falha

$F(t)$ = Função acumulada para o tempo de vida

f.d.p. = Função Densidade de Probabilidade

MC = Modelo de Confiabilidade

MTF = Menor Tempo de Falha

MTTF = Mean time to failure - Tempo médio até a falha

MLE = Maximum Likelihood Estimate - Método da Máxima Verossimilhança

$R(t)$ = Função de Confiabilidade

RDBs = Reliability diagram blocks - Confiabilidade em diagrama de blocos

$z(t)$ = Função Taxa de Falha (Função de Risco)

$Z(t)$ = Função Taxa de Falha Acumulada

RESUMO

LOPES, Luis Felipe Dias (2001). **Análise de componentes principais aplicada à confiabilidade de sistemas complexos**. Florianópolis, 2001. 121 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC.

A confiabilidade de um produto é sem dúvida um dos aspectos mais importantes de um programa de melhoria de qualidade. Em função disso, neste trabalho, desenvolve-se uma metodologia multivariada para determinar a confiabilidade e o tempo médio de falha de um produto, cujos componentes tenham seus tempos de vida correlacionados. Para isso, utiliza-se a análise de componentes principais, buscando soluções para os problemas de especificações de um produto, bem como a utilização de técnicas paramétricas e não-paramétricas para a estimação das funções de confiabilidade, a fim de determinar a eficiência. Na aplicação apresentada, foi possível reduzir um grande número de variáveis (80 peças originais) para um grupo de apenas três variáveis (componentes principais), no qual se chegou a conclusão de que bastaria usar o primeiro componente. Observou-se que a diferença entre a confiabilidade do primeiro componente principal e a média das confiabilidades das peças originais para três percentis (P_{10} , P_{50} e P_{90}) pôde ser considerada muito pequena, encontrando-se na faixa de -0,2% a 0,1%. Quanto à análise de custo-benefício, a técnica proposta poderá ser tratada como uma atividade de apoio melhorada, ou seja, uma atividade que não gera aumento nos custos, e sim uma melhoria nos benefícios de implementação, pois a coleta do tempo de vida das peças é inevitável.

Palavras-chave: Componentes principais, confiabilidade multivariada, sistemas complexos

ABSTRACT

LOPES, Luis Felipe Dias (2001). **Análise de componentes principais aplicada à confiabilidade de sistemas complexos**. Florianópolis, 2001. 121 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC.

The reliability of a product is without doubt one of the most important aspects of a program of quality improvement. The main purpose of this research was to propose a multivariate methodology to determine reliability and mean time to failure the of a product, whose components have correlated life times. Then principal components analysis was used to looking for solutions in the problems of specifications of a product. The parametric and non-parametric techniques to estimate the reliability functions, to determine the efficiency of the reliability function. The methodology developed was able to reduce a great number of variables (from 80 original pieces) to a group of only 3 variables (principal components), finally was concluded that using the first component was sufficient to represent the all variables. It was observed that the difference between the reliability of the first principal component and the mean of the reliabilities of the original pieces for three percentis (P_{10} , P_{50} and P_{90}) it could be said very small, in other words, they are in the strip from -0,2% to 0,1%. In relation to the cost-benefit analysis, the technique proposed can be treated with being a support activity to improve the quality of product, in other words, an activity that not increase the costs, but bring an improvement when implemented, because the collection of the time of life of the pieces is inevitable.

Key-words: Principal components, multivariate reliability, complex systems

1 INTRODUÇÃO

Em função do desenvolvimento tecnológico, da grande competitividade do mercado, das exigências do consumidor e dos instrumentos de proteção ao consumidor, os empresários preocupam-se em produzir produtos com melhor qualidade. Sob todos os aspectos, a análise de confiabilidade tem um grande impacto na satisfação do consumidor, pois a compra de um equipamento mais confiável acarretará um custo de utilização menor e, se ele for menos confiável, ou como se diz na gíria do consumidor: “um produto de segunda linha”, terá intervenções mais frequentes para manutenção. Em consequência, isso poderá anular o efeito do custo de aquisição menor.

Portanto, a melhoria da confiabilidade tornou-se uma parte importante no contexto da melhoria da qualidade. É de consenso, tanto da empresa como do consumidor, que produto de baixa confiabilidade não tem qualidade. Para que a baixa confiabilidade não aconteça, uma empresa deverá implementar políticas de confiabilidade, incluindo ações de projeto, produção e pós-venda, contribuindo assim para a garantia da qualidade dos serviços oferecidos.

1.1 Justificativa

A melhoria da confiabilidade é sem dúvida um dos aspectos mais importantes de um programa de melhoria de qualidade. Para que isso se concretize, uma empresa deverá realizar diversas tarefas destinadas à avaliação do desempenho do produto, o que se costuma chamar de Análise de Confiabilidade.

Em função da competitividade do mercado, do avanço tecnológico, da introdução de nova matéria prima, da terceirização da mão de obra e de muitos outros fatores, fica-se com tempo limitado para a realização dessas atividades. Assim, não se pode esperar pelas experiências de campo para melhorar a

confiabilidade. Para resolver esse problema, a confiabilidade deve seguir os seguintes aspectos em relação ao produto:

- especificação dos requisitos da confiabilidade;
- desenvolvimento e análise da produção;
- utilização e manutenção do produto.

A especificação dos requisitos da confiabilidade, que é uma das etapas mais importantes deve ser expressa quantitativamente, a fim de satisfazer tanto a empresa quanto o consumidor. Esses requisitos determinarão o quanto a empresa deverá investir para a construção de um programa de confiabilidade.

A respeito do desenvolvimento e análise da produção, desenvolve-se um modelo do produto, no qual ficarão implícitos quais os elementos que medirão a confiabilidade. Essa tarefa é de extrema importância no contexto da engenharia da confiabilidade, envolvendo considerações sobre a complexidade do sistema, a importância de seus componentes e a possibilidade de manutenção. O mais frequente é a construção de um diagrama de blocos que mostre o arranjo dos componentes que irão proporcionar o desempenho do equipamento.

Outra etapa a ser seguida é a dos testes em protótipos, que têm como objetivo principal verificar se o produto irá seguir as devidas especificações durante sua vida operacional. A metodologia dentro da confiabilidade utilizada para essa etapa é a análise do tempo de falha.

Segundo CLAUSING & SIMPSON (1990), o melhor modo para aumentar a confiabilidade de um equipamento é reduzir a insegurança por melhorias rápidas. Outro potencial para se evitar desperdício é o uso indiscriminado de sistemas computadorizados. Esses sistemas não deveriam ser usados para resolver problemas de uma forma automatizada, e sim para ajudar em prevenções, a fim de satisfazer as necessidades do cliente. Três ferramentas de prevenção importantes devem ser consideradas: 1) criação da qualidade em função das necessidades do cliente; 2) desenvolvimento do produto em função da qualidade, identificação e satisfação das necessidades do cliente; 3) aplicação da filosofia de “just-in-time”, especialmente na produção.

A proposta deste trabalho é desenvolver uma metodologia multivariada e alternativa, para que se possa monitorar o tempo de vida, e determinar o tempo médio de falha e a confiabilidade de um equipamento, em que os tempos de desgaste dos componentes estejam correlacionados, utilizando a análise de componentes principais.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

- Desenvolver uma metodologia multivariada em confiabilidade, utilizando-se a Análise de Componentes Principais (ACP), a fim de estimar a confiabilidade de um equipamento constituído por um sistema complexo, estudando o tempo de vida correlacionado dos seus componentes.

1.2.2 Objetivos específicos

- Mostrar a importância das técnicas de estatística multivariada, especificamente da Análise de Componentes Principais, na busca de soluções para os problemas de especificação de um produto;
- descrever o tipo de sistema de confiabilidade que poderá ser aplicado à metodologia proposta;
- determinar a eficiência da nova metodologia para confiabilidade de produtos;
- aplicar uma análise de custo-benefício a fim de viabilizar a implantação da metodologia na empresa.

1.3 Importância do trabalho

Sabe-se que na prática um equipamento é formado por um conjunto de peças interligadas, cujos desgastes estão relacionados, formando um sistema

complexo multivariado. Nesse caso, recomenda-se aplicar uma análise de confiabilidade, abrangendo os elementos do sistema, ou ainda, construir um diagrama de blocos que mostre o arranjo dos componentes que irão proporcionar o desempenho do equipamento. Um grande problema que existe envolvendo a análise de confiabilidade, é que os métodos paramétricos e não-paramétricos determinam a confiabilidade do equipamento, sem saber qual ou quais as possíveis peças que estão influenciando na confiabilidade do produto.

Nesse sentido, o presente trabalho propõe a utilização da ACP, em conjunto com a teoria da confiabilidade como técnica inovadora e alternativa para determinar a confiabilidade e o tempo médio de falha de um equipamento.

1.4 Metodologia

Para o trabalho proposto será utilizado um conjunto de dados reais, cedido pela STIHL de São Leopoldo - RS, contendo um estudo detalhado do tempo de vida de 80 peças de 36 máquinas, testadas em 4 estados diferentes do Brasil. Será aplicada a análise de componentes principais para verificar o grau de correlação entre as peças, bem como para determinar um ou mais componentes principais que representem todas as peças do equipamento. Logo em seguida, aplicar-se-á a metodologia de confiabilidade nesse ou nesses novo(s) componente(s), a fim de que se possa estudar o tempo de vida para estimar a confiabilidade do produto.

Para analisar o banco de dados foram utilizados os programas: EXCEL (para a estimação dos parâmetros pelo método de mínimos quadrados e determinação dos coeficientes de explicação das distribuições de probabilidade), STATISTICAL ANALYSIS SYSTEM (S.A.S.) (para determinar os componentes principais do sistema), STATISTICA (para ilustrar graficamente cada passo da metodologia proposta) e o PROCONF (para estimar os parâmetros das distribuições de probabilidade, determinar a função densidade de falha ($f(t)$), o tempo médio de falha (MTTF) e a função de confiabilidade ($R(t)$), pelo método de máxima verossimilhança).

1.5 Estrutura do trabalho

Este trabalho está organizado em 6 capítulos, que serão descritos a seguir. Neste primeiro capítulo descrevem-se as linhas que serão seguidas para o desenvolvimento deste trabalho, com a justificativa, objetivos, importância e um breve histórico da empresa, relatando-se também a importante função do setor de confiabilidade da empresa. No capítulo 2, apresenta-se uma revisão de literatura em confiabilidade, dando-se um enfoque maior às distribuições de probabilidade utilizadas em confiabilidade, bem como às técnicas utilizadas para estimar os seus parâmetros.

No capítulo 3, destaca-se uma revisão de literatura em análise de componentes principais, dando-se ênfase ao “porquê” da escolha dessa técnica para o desenvolvimento da metodologia proposta.

No capítulo 4, apresenta-se o desenvolvimento da metodologia proposta e, no capítulo 5, realiza-se um estudo de caso na empresa STIHL de São Leopoldo – RS.

Finalizando, no capítulo 6, apresenta-se a conclusão com as devidas considerações.

2 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE

Este capítulo juntamente com o capítulo 3 irão formar uma metodologia alternativa em confiabilidade, com o uso de análise multivariada. Para isso, desenvolver-se-ão definições fundamentais em confiabilidade, descrição das principais distribuições de probabilidade aplicadas em confiabilidade e as principais técnicas de ajuste dos modelos de confiabilidade.

2.1 Conceitos em confiabilidade

Define-se confiabilidade como “a probabilidade de um produto desempenhar sua função prevista por um período de tempo especificado e sob condições especificadas” (RIBEIRO, 1981), ou ainda, é a probabilidade de um componente ou sistema não falhar durante a sua vida útil.

Em várias situações de ordem prática, nossa atitude quanto à manutenção de um equipamento, tanto no ponto de vista econômico quanto no operacional, é determinada pela durabilidade dos componentes utilizados na produção de serviço. Em quase todas as situações, os estudos da confiabilidade envolvem o tempo, que está intimamente relacionado à falha. O primeiro passo é definir precisamente o que é uma falha, ou seja, quando é que o equipamento deixa de funcionar corretamente. Em algumas situações, a definição de falha já é bem clara, mas em outras poderá envolver termos ambíguos. Um tipo de falha facilmente observada é chamado de falha catastrófica, ou seja, aquela em que o equipamento claramente pára de funcionar. Outros produtos deterioram-se gradativamente com o tempo. Esse é o caso em que a definição de falha deve ser clara, para que não ocorram dúvidas de que o equipamento falhou.

2.1.1 Tipos de censuras

Qualquer tipo de teste realizado para medir a durabilidade de um produto é demorado e caro. Mesmo que leve algum tempo para o final do teste, alguns produtos ainda não falharam, essas informações são ditas incompletas ou parciais, e serão chamadas de observações censuradas.

Mesmo que se tenham encontrado observações censuradas, todos os resultados provenientes do teste devem ser utilizados na análise estatística. Existem duas razões que justificam tal procedimento:

1^a) observações censuradas fornecem informações sobre o tempo de vida do produto;

2^a) com a apresentação das censuras, pode-se obter o efeito da omissão das censuras no cálculo das medidas de confiabilidade.

Segundo BORGES (1979), alguns mecanismos de censura são diferenciados em testes de durabilidade:

- censura Tipo I é aquela cujo teste será terminado após um tempo pré-estabelecido;

- censura Tipo II é aquela cujo teste será terminado quando um certo número de produtos pré-estabelecidos falharem;

- censura Tipo Aleatória, é a que ocorre quando, por força maior, tira-se um produto do teste sem ter ocorrido uma falha. Geralmente esse tipo de censura está associada a um outro tipo de falha qualquer, fora daquelas que estavam sendo analisadas.

Na prática, o tratamento estatístico usado para os três tipos de censura é o mesmo, mas existem algumas vantagens em usar um determinado tipo de censura, principalmente quando tivermos informações históricas sobre o produto em estudo.

Uma outra forma de realizar um teste é utilizar uma amostra completa, ou seja, dados sem censura, supondo que todos os elementos amostrais tenham falhado.

2.1.2 Tempo de falha de um equipamento

A representação matemática do tempo de falha será feita através de modelos probabilísticos, caracterizados por funções de distribuições concentradas em R_+ (reais não-negativos), correspondendo à hipótese de que o tempo de vida é uma variável aleatória não-negativa (BORGES, 1979).

A variável aleatória T , que representa o tempo de falha, é geralmente especificada em confiabilidade pela sua função de confiabilidade $R(t)$ ou pela taxa de falha $z(t)$.

2.1.2.1 Função de confiabilidade

A função de confiabilidade é uma das principais funções probabilísticas usadas em estudos envolvendo durabilidade. Ela é definida como sendo a probabilidade de um produto desenvolver sua função sem falhar até o instante “ t ”.

Suponha n_o componentes idênticos submetidos a um teste de estresse. Após o tempo “ t ”, serão observados $n_f(t)$ componentes que falharam e $n_s(t)$ componentes que sobreviveram, em que $n_f(t) + n_s(t) = n_o$. Segundo CAMARGO (1981), a função de confiabilidade pode ser definida como sendo:

$$R(t) = \frac{n_s(t)}{n_s(t) + n_f(t)} = \frac{n_s(t)}{n_o} \quad (2.1)$$

A função de distribuição acumulada do tempo de vida $F(t)$ é um complemento de $R(t)$, isto é,

$$F(t) = 1 - R(t), \quad t \geq 0 \quad (2.2)$$

ou ainda,

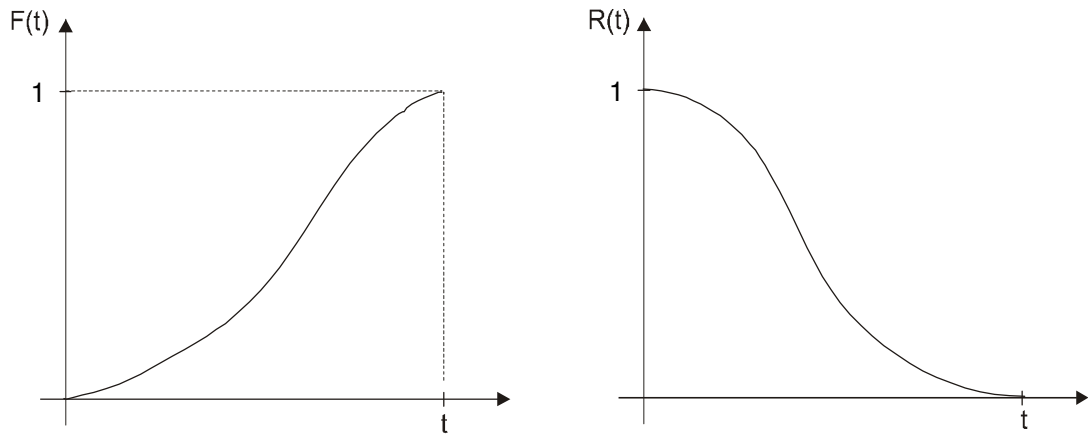
$$R(t) = P(T \geq t) \quad (2.3)$$

é a probabilidade do equipamento cumprir sem falhar uma tarefa no prazo fixado $T \geq t \geq 0$, logo

$$F(t) = 1 - \frac{n_s(t)}{n_o} = \frac{n_f(t)}{n_o}. \quad (2.4)$$

A FIGURA 1 ilustra as definições acima:

FIGURA 1: Tempo de vida acumulado de um equipamento e a função de confiabilidade



2.1.2.2 Função taxa de falha $z(t)$ e função densidade de falha $f(t)$

Além da função $R(t)$ de confiabilidade, têm-se outras funções que desempenham importante papel na descrição das características de falha de um equipamento.

Define-se como taxa de falhas (instantânea) $z(t)$, também chamada de “Função de Risco”, associada à variável aleatória T , como sendo:

$$z(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (2.5)$$

definida para todo $F(t) < 1$ e $f(t) = \frac{\partial F(t)}{\partial t} = -\frac{\partial R(t)}{\partial t}$, ou seja,

$$f(t) = \frac{1}{n_o} \frac{\partial n_f(t)}{\partial t} . \quad (2.6)$$

Essa última expressão fica evidenciada considerando uma população de “ n_o ” equipamentos, com mesma distribuição de falha no tempo e com probabilidade de sucesso $R(t)$. Substituindo a expressão (2.1) e (2.6) em (2.5) tem-se

$$z(t) = \frac{1}{n_s(t)} \frac{\partial n_f(t)}{\partial t} . \quad (2.7)$$

Outra relação entre $z(t)$ e $R(t)$ bastante utilizada é:

$$z(t) = -\log(R(t)) . \quad (2.8)$$

$Z(t)$ é chamada de função da taxa de falha acumulada, utilizada para análise gráfica, na qual poderá ser verificada a adequação dos modelos estatísticos.

2.1.3 Tempo médio até a falha (MTTF)

O MTTF é uma das medidas mais usadas para caracterizar a confiabilidade de um equipamento. Esse parâmetro geralmente é utilizado para produtos não reparáveis, medindo o tempo médio até a falha de um produto não reparável ou o tempo médio até a primeira falha de um produto reparável. Simplesmente é definido como esperança ou média da variável aleatória T , $E(t)$, no instante de falha t (ELSAYED, 1992). Conseqüentemente,

$$MTTF = \int_0^{\infty} t f(t) dt . \quad (2.11)$$

O MTTF pode ser expresso em termos da confiabilidade de um equipamento:

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t) dt . \quad (2.12)$$

Por definição, o desvio padrão para a MTTF é:

$$\sigma_{\text{MTTF}} = \sqrt{\int_0^{\infty} t^2 f(t) dt - \text{MTTF}^2} . \quad (2.13)$$

2.1.4 Estimação da função de confiabilidade sem censura

Para analisar o tempo de falha num conjunto de dados sem censura, em primeiro lugar deve-se distribuir o tempo de falha em intervalos contínuos e, logo em seguida distribuir o número de equipamento que falharam dentro de cada intervalo; assim teremos uma distribuição do tempo de falha.

Uma forma de representar um conjunto de dados sem censura é através de um histograma, em que fica fácil visualizar os intervalos com as suas respectivas falhas.

Uma estimativa para a taxa de falha para qualquer intervalo $[X_i, X_j)$ para $i < j$ é dado por:

$$\hat{z}([X_i, X_j)) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de falhas no intervalo } [X_i, X_j)}{\text{n}^\circ \text{ de produtos em operação até } t = i} . \quad (2.14)$$

A função de confiabilidade para o instante $t = i$ é estimada por:

$$\hat{R}(X_i) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de produtos em operação para } t = i}{\text{número de produtos sob teste}} . \quad (2.15)$$

2.1.5 Estimação da função de confiabilidade com censura

Quando ocorre censura, não se aconselha construir um histograma, pois não se sabe a frequência exata associada ao intervalo. Por esse motivo, é que existem técnicas paramétricas e não-paramétricas para analisar dados de tempo de falha na presença de censuras (LEITCH, 1995).

2.1.6 Estimadores não-paramétricos

2.1.6.1 Método de Kaplan-Meier ou Limite-produto

O estimador de Kaplan-Meier nada mais é que uma adaptação empírica da equação (2.15), que vem a ser uma função escada com degraus nos tempos observados de falha.

Definição segundo KAPLAN & MEIER (1958):

Suponha que existam “n” equipamentos (ou componentes) sob teste e “k” falhas distintas nos tempos $t_1 < t_2 < \dots < t_k$, para $k \leq n$, podendo ocorrer mais de uma falha num mesmo tempo, ou seja simultaneamente, o que é chamado de empate. Para solucionar esse problema, admite-se que os tempos de censura ocorreram imediatamente após o tempo de falha; assim, tem-se que:

d_i : número de falhas no instante t_i ;

n_i : número de equipamentos sob risco, isto é, que não falharam e não foram censurados no tempo i (t_i).

Assim a função de confiabilidade é dada por:

$$\hat{R}(t_i) = \left(\frac{n_1 - d_1}{n_1} \right) \left(\frac{n_2 - d_2}{n_2} \right) \dots \left(\frac{n_{t_0} - d_{t_0}}{n_{t_0}} \right), \quad (2.16)$$

cujo t_0 é o maior tempo de falha menor que t .

O estimador de Kaplan-Meier baseia-se no fato de que o número de intervalos é igual ao número de tempos de falha. Se o mecanismo de censura for do tipo I ou II, o estimador irá gerar estimativas exatamente iguais e diferentes do mecanismo de censura do tipo aleatório. O estimador de Kaplan-Meier é mais eficiente, por ser um estimador não-viciado para a função de confiabilidade, tanto para grandes como para pequenas amostras. (KAPLAN & MEIER, 1958).

a) Estimativa para o tempo médio de falha MTTF

O MTTF é estimado a partir da função de confiabilidade, pode ser mostrado por argumentos que vêm a ser a área (integral) sob a função de confiabilidade. Uma estimativa para o MTTF é então obtida, calculando a área sob a curva da estimativa de Kaplan-Meier. Como essas curvas têm a forma de escada, então a área é simplesmente a soma da área dos retângulos.

$$\text{MTTF} = t_{(1)} + (t_{(2)} - t_{(1)})\hat{R}(t_2) + \dots + (t_{(k)} - t_{(k-1)})\hat{R}(t_{k-1}). \quad (2.17)$$

2.2 Estimadores paramétricos

Uma outra técnica estatística para a análise de dados de durabilidade requer a especificação de uma distribuição de probabilidade para o tempo de falha, principalmente quando a taxa de falha de um componente for não-linear.

Uma vez escolhida a distribuição de probabilidade que melhor se ajustou ao comportamento do tempo de falha do produto ou componentes, é possível estimar as medidas de confiabilidade. Se a distribuição de probabilidade for corretamente especificada, as técnicas paramétricas serão mais eficientes que as não-paramétricas. A essas distribuições de probabilidade dá-se o nome de modelos probabilísticos para o tempo de falha (BORGES, *et al.*, 1996).

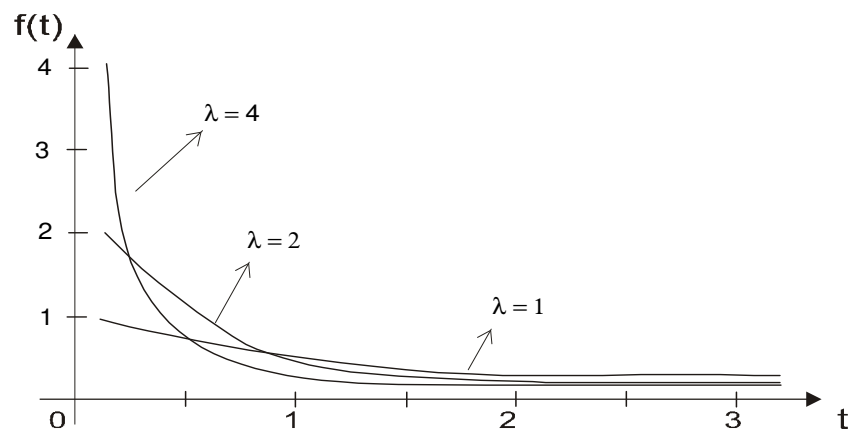
2.2.1 Distribuição exponencial

É uma distribuição de probabilidade que se caracteriza por ter uma função de taxa de falha constante. A função de densidade para um tempo de falha T com distribuição exponencial é dada por:

$$f(t) = \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{t}{\alpha}}, (t \geq 0), \quad (2.18)$$

$\alpha \geq 0$ vem a ser o tempo médio de vida e $\lambda = \frac{1}{\alpha}$ conforme FIGURA 2.

FIGURA 2: Função densidade de probabilidade exponencial para alguns valores de λ



a) Características da distribuição exponencial

- Esperança matemática da distribuição exponencial = MTTF

$$\text{MTTF} = E(T) = \frac{1}{\lambda} = \alpha . \quad (2.19)$$

- Variância da distribuição exponencial

$$V(T) = \frac{1}{\lambda^2} = \alpha^2 . \quad (2.20)$$

- Função de confiabilidade

$$R(t) = e^{-t/\alpha} . \quad (2.21)$$

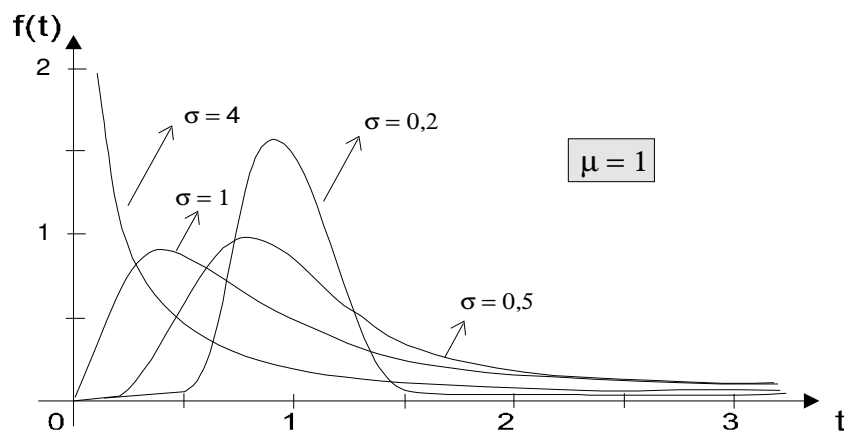
2.2.2 Distribuição log-normal

A distribuição log-normal é muito utilizada para caracterizar tempo de vida de equipamentos ou componentes. A função de densidade para uma distribuição log-normal é dada por:

$$f(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(t)-\mu}{\sigma}\right)^2} , \quad (2.22)$$

onde μ e σ seguem as mesmas condições de uma distribuição normal. Essa relação significa que dados provenientes de uma distribuição log-normal podem ser analisados segundo uma distribuição normal, trabalhando-se com o logaritmo dos dados ao invés dos valores originais (ver FIGURA 3).

FIGURA 3: Função densidade de probabilidade log-normal para $\mu = 1$ e alguns valores de σ



a) Características da distribuição log-normal

- Esperança matemática da distribuição log-normal = MTTF

$$\text{MTTF} = E(T) = e^{\frac{\mu + \sigma^2}{2}}. \quad (2.23)$$

- Variância da distribuição log-normal

$$V(T) = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1). \quad (2.24)$$

- Função de confiabilidade

$$R(t) = \Phi \left\{ - \left[\frac{\log(t) - \mu}{\sigma} \right] \right\}, \quad (2.25)$$

cujo $\Phi(\cdot)$ é a função de distribuição acumulada de uma normal padrão.

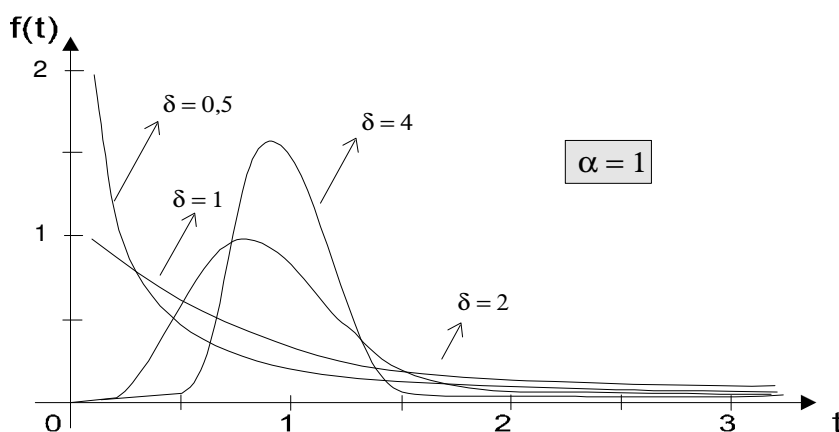
2.2.3 Distribuição de Weibull

A distribuição de Weibull foi proposta por WEIBULL (1954) em estudos relacionados ao tempo de falha devido à fadiga de metais. Ela é muito utilizada para descrever o tempo de falha para produtos industrializados, pois é um tipo de distribuição com uma grande variabilidade de formas. A função de densidade de probabilidade da distribuição de Weibull é dada por:

$$f(t) = \frac{\delta(t - t_o)^{\delta-1}}{(\alpha - t_o)^\delta} e^{-\left(\frac{t-t_o}{\alpha-t_o}\right)^\delta}, \quad (2.26)$$

para $t > t_o > 0$, $\alpha > 0$ (vida característica) e $\delta > 0$ (parâmetro de forma). (FIGURA 4)

FIGURA 4: Variações da função densidade de probabilidade de Weibull para alguns valores de δ e com $\alpha = 1$



Segundo MEYER (1982), a distribuição de Weibull representa um modelo adequado para o estudo das leis de falhas, sempre que o equipamento for composto de vários componentes e a falha tenha acontecido devido “à mais grave” irregularidade dentre muitas existentes no equipamento.

a) Características da distribuição de Weibull

- Esperança matemática da distribuição de Weibull = MTTF

$$MTTF = E(T) = \alpha \Gamma\left(1 + \frac{1}{\delta}\right), \quad (2.27)$$

sendo $\Gamma(r) = (r-1)!$ para r inteiro.

- Variância da distribuição de Weibull

$$V(T) = \alpha^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\delta}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{\delta}\right)^2 \right]. \quad (2.28)$$

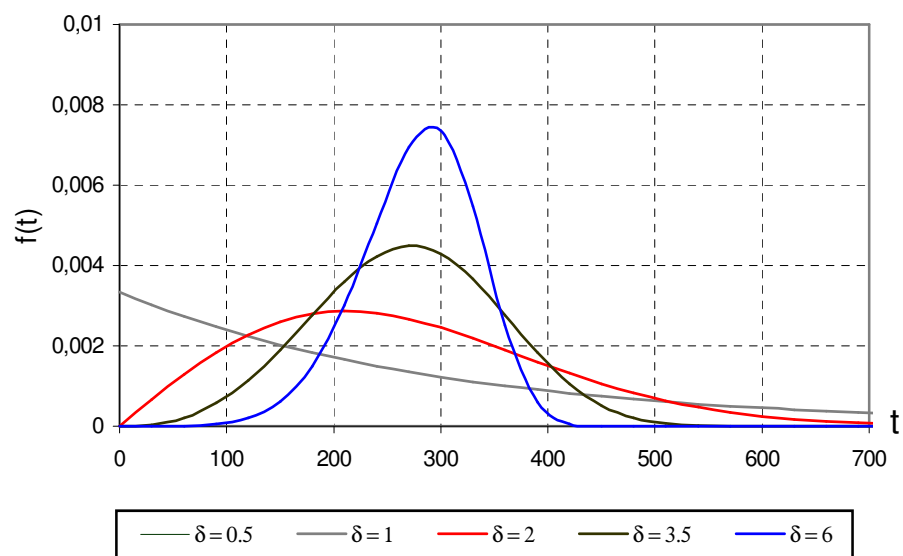
- Função de confiabilidade

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\delta}. \quad (2.29)$$

b) Particularidades da distribuição de Weibull

Na verdade, a distribuição de Weibull é uma família de distribuições:

FIGURA 5: Particularidades da Distribuição Weibull para $\alpha = 300$ e δ variável



Para $\delta = 1$, $f(t)$ será uma distribuição de Poisson (não citada neste trabalho).

Para $\delta = 2$, $f(t)$ será uma distribuição de Rayleigh (não citada neste trabalho).

Para $\delta = 2,5$ temos que $f(t)$ se aproxima da distribuição Log-normal.

Para $\delta = 3,5$ temos que $f(t)$ terá formato similar ao da curva Normal.

$$f(t) = \frac{1}{\sigma} e^{\left(\frac{t-\mu}{\sigma} - e^{\left(\frac{t-\mu}{\sigma} \right)} \right)}, \quad (2.30)$$

cujo $\sigma = \frac{1}{\delta}$ e $\mu = \log(\alpha)$.

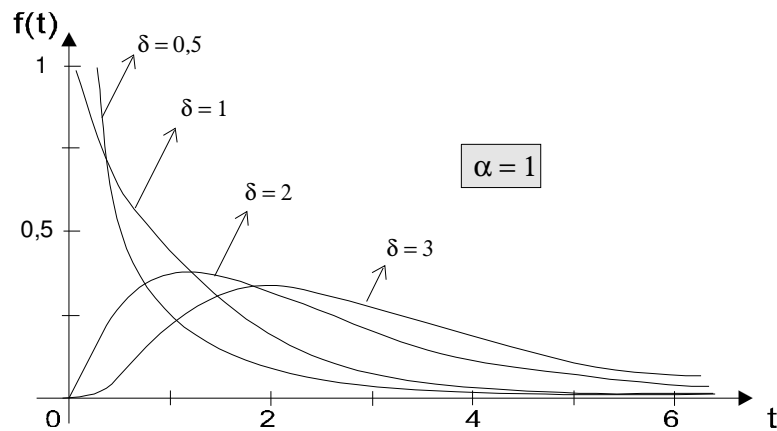
2.2.4 Distribuição gamma

A função gamma é uma distribuição muito usada para descrever variáveis aleatórias limitadas à esquerda. Um sistema apresentará essa distribuição se a falha do mesmo associar-se a ocorrência de “n” sub-falhas a uma taxa exponencial constante λ . A função de densidade de probabilidade da distribuição gamma é dada por:

$$f(t) = \frac{t^{\delta-1}}{\alpha^{\delta} \Gamma(\delta)} e^{-\left(\frac{t}{\alpha} \right)}, \quad t \geq 0 \text{ e } \alpha \text{ e } \delta > 0 \quad (2.31)$$

em que $\Gamma(x)$ representa a função gamma. A função gamma é muito flexível, mudando sua forma de acordo com a variação de δ (FIGURA 6).

FIGURA 6: Função densidade de probabilidade gamma para alguns valores de δ



Observamos que a distribuição Qui-quadrado é um caso particular da distribuição gamma, para $\alpha = 2$ e $\delta = \nu/2$, cujo ν = graus de liberdade.

- Esperança matemática da distribuição gamma = MTTF

$$\text{MTTF} = E(T) = \alpha \delta . \quad (2.32)$$

- Variância da distribuição gamma

$$V(T) = \alpha^2 \delta . \quad (2.33)$$

- Função de confiabilidade

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\delta-1}} \sum_{j=0}^{\delta-1} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^j \frac{1}{j!} . \quad (2.34)$$

2.3 Estimação de parâmetros para modelos paramétricos

Apesar de existirem técnicas não-paramétricas para tratar dados relativos a tempo de vida, neste trabalho deseja-se ajustar modelos paramétricos aos dados, por serem mais consistentes no cálculo da confiabilidade e taxa de falha.

Os parâmetros para os modelos paramétricos são considerados quantidades desconhecidas, e têm por finalidade generalizar os modelos, numa família paramétrica. Entretanto, em cada estudo de confiabilidade, os parâmetros devem ser

estimados a partir de observações amostrais. Existem vários métodos de estimação, entre os quais se destacam o método dos mínimos quadrados, que é o mais conhecido, e o de máxima verossimilhança, que poderá ser o mais apropriado (ver LAWSON & MEADE (1998), HARTER & MOORE (1969) e CORDEIRO (1992)).

Um estimador de máxima verossimilhança tem por finalidade determinar quais são os parâmetros para a distribuição de probabilidade em estudo, que mais provavelmente se aplicariam a uma dada amostra. No caso da distribuição de Weibull, o estimador de máxima verossimilhança tem a finalidade de escolher qual o par de α e δ que “melhor explica” a amostra observada.

Para representar o método de máxima verossimilhança, necessita-se de algumas definições:

A função de verossimilhança para um parâmetro genérico θ , dados os valores de $t_1, t_2, \dots, t_n$, é:

$$L(\theta / t_1, t_2, \dots, t_n) = L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(t_i; \theta) . \quad (2.35)$$

Para a função acima, tem-se a seguinte pergunta: “Qual o melhor valor para θ que maximize a função $L(\theta)$?” Busca-se, então, “quais são os parâmetros da distribuição que melhor explicam a amostra em questão?” (HARTER & MOORE, 1969).

Como as observações não-censuradas são relacionadas à função de densidade de probabilidade e as censuradas não o são, essas observações somente informam que o tempo de falha é maior que o tempo de censura, observando, portanto, que a contribuição para $L(\theta)$ é dada pela sua função de confiabilidade $R(t)$; assim, segundo LAWLESS (1983), a função de verossimilhança é dada por:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^r f(t_i; \theta) \prod_{i=r+1}^n R(t_i; \theta) , \quad (2.36)$$

em que as “ r ” primeiras observações são as não-censuradas e as “ $n - r$ ” seguintes são as censuradas.

A expressão (2.36) é equivalente à função abaixo:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n R(t_i; \theta) \prod_{i=1}^r Z(t_i; \theta), \quad (2.37)$$

mas vale ressaltar que a expressão (2.37) serve para todos os tipos de mecanismos de censuras (tipo I, II e aleatório) e que o mecanismo de censura é não-informativo.

É sempre conveniente trabalhar com o logaritmo da função de verossimilhança, em que os estimadores de θ que maximizam $L(\theta)$ são equivalentes aos que maximizam $\log[L(\theta)]$.

Os estimadores de máxima verossimilhança são encontrados, resolvendo-se o sistema de equações a seguir:

$$U(\theta) = \frac{\partial \log [L(\theta)]}{\partial \theta} = 0. \quad (2.38)$$

O método de máxima verossimilhança só poderá ser utilizado após ter sido definido um modelo probabilístico adequado para os dados.

2.3.1 Estimador de máxima verossimilhança para o modelo exponencial

Dada a função de densidade (2.17) e a função de confiabilidade exponencial (2.21), a função de máxima verossimilhança para o modelo exponencial poderá ser obtida por:

$$L(\alpha) = \left(\prod_{i=1}^r \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{t_i}{\alpha}} \right) \left(\prod_{i=r+1}^n e^{-\frac{t_i}{\alpha}} \right), \quad (2.39)$$

em que “n” é o número de elementos e “r” número de elementos que falharam no período de observação, e ainda, $r \leq n$. Tomando o logaritmo de $L(\alpha)$, tem-se:

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{r} = \bar{t}. \quad (2.40)$$

cujo $\hat{\alpha}$ é o tempo médio até a falha (MTTF).

2.3.2 Estimador de máxima verossimilhança para o modelo Weibull

Dada a função de densidade (2.26) e a função de confiabilidade de Weibull (2.29), a função de máxima verossimilhança para o modelo de Weibull poderá ser obtida por:

$$\log(L(\alpha, \delta)) = \log \left[\left(\prod_{i=1}^r \frac{\delta}{\alpha^\delta} t_i^{\delta-1} \left(e^{\left(\frac{-t_i}{\alpha} \right)^\delta} \right) \right) \left(\prod_{i=r+1}^n e^{\left(\frac{-t_i}{\alpha} \right)^\delta} \right) \right], \quad (2.41)$$

de forma alternativa, fazendo $y_i = \log(t_i)$, tem-se:

$$\log(L(\mu, \sigma)) = -r \log(\sigma) + \sum_{i=1}^r \left(\frac{y_i}{\sigma} \right) - \frac{r\mu}{\sigma} - \sum_{i=1}^n e^{\left(\frac{y_i - \mu}{\sigma} \right)}$$

derivando a função acima e igualando a zero, tem-se:

$$\frac{\partial \log(L(\mu, \sigma))}{\partial \mu} = \frac{1}{\sigma} \left\{ -r + \sum_{i=1}^n e^{\left(\frac{y_i - \mu}{\sigma} \right)} \right\} = 0 \quad (2.42)$$

e

$$\frac{\partial \log(L(\mu, \sigma))}{\partial \sigma} = \frac{1}{\sigma^2} \left\{ -r\sigma - \sum_{i=1}^r y_i + r\mu + \sum_{i=1}^n e^{\left(\frac{y_i - \mu}{\sigma} \right)} (y_i - \mu) \right\} = 0. \quad (2.43)$$

Os estimadores de máxima verossimilhança são os valores de μ e σ que satisfazem as equações acima (CORDEIRO, 1992). A solução para as equações acima deve ser obtida pelo método de Newton-Raphson, que utiliza a matriz de derivadas segundas (F) da função de log-verossimilhança e a sua expressão

$$\hat{\theta}^{(k+1)} = \hat{\theta}^{(k)} - F^{-1}(\hat{\theta}^{(k)}) U(\hat{\theta}^{(k)}) \quad (2.44)$$

está baseada numa expansão de $U(\hat{\theta}^{(k)})$ em série de Taylor em torno de $\hat{\theta}^{(k)}$.

Partindo de um valor inicial $\hat{\theta}^{(0)}$, usualmente, $\hat{\theta}^{(0)} = 0$.

Para o modelo exponencial:

$$F(\alpha) = \frac{\partial^2 \log L(\alpha)}{\partial \alpha^2} = \frac{r}{\alpha^2} - \frac{2 \sum_{i=1}^n t_i}{\alpha^3}$$

e $F(\alpha, \delta)$ para o modelo Weibull é uma matriz 2 x 2 com os seguintes elementos:

$$F_{2 \times 2}(\alpha, \delta) = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \log L(\alpha, \delta)}{\partial \alpha^2} & \frac{\partial^2 \log L(\alpha, \delta)}{\partial \alpha \partial \delta} \\ \frac{\partial^2 \log L(\alpha, \delta)}{\partial \alpha \partial \delta} & \frac{\partial^2 \log L(\alpha, \delta)}{\partial \delta^2} \end{bmatrix}. \quad (2.45)$$

2.3.3 Estimador de máxima verossimilhança para o modelo gamma

A distribuição gamma é uma distribuição usada para descrever variáveis aleatórias limitadas à esquerda. Os tempos de falha de sistemas que apresentam essa distribuição ocorrem se a falha do sistema é associada à ocorrência de n sub-falhas que acontecem a uma taxa exponencial constante λ (WILK *et al.*, 1962).

A função de verossimilhança para amostras completas é dada por:

$$F(\theta, \gamma) = \frac{1}{\theta^{n\gamma} \Gamma(\gamma)} \left[\prod_{i=1}^n t_i \right]^{\gamma-1} \cdot e^{-\sum_{i=1}^n \frac{t_i}{\theta}}. \quad (2.46)$$

Obtendo a derivada parcial com respeito a θ e γ e igualando a zero,

$$\hat{\theta} = \frac{\bar{t}}{\gamma} \quad (2.47)$$

e

$$\ln \hat{\gamma} - \Psi(\hat{\gamma}) - \ln \bar{t} + \ln \tilde{t} = 0. \quad (2.48)$$

cujo $\bar{t}$ é a média aritmética e $\tilde{t}$ é a média geométrica, a função psi é definida como

$$\Psi(x) = \frac{\Gamma'(x)}{\Gamma(x)}.$$

GRENWOOD & DURAND (1960) sugeriram uma aproximação para a estimação de γ , ou seja:

$$\hat{\gamma} = \frac{1}{M}, \text{ para } M > 17. \quad (2.49)$$

$$\text{em que } M = \ln\left(\frac{\bar{t}}{\tilde{t}}\right).$$

Uma vez estimado o valor de γ , o parâmetro θ pode ser obtido a partir da equação (2.47). Para amostras pequenas, os parâmetros podem ser tendenciosos, portanto devem ser corrigidos. Para reduzir a tendência, sugerem-se as expressões:

$$\hat{\gamma} = \hat{\gamma}_{MLE} \frac{(n-3)}{n} + \frac{2}{2n} \quad (2.50)$$

e

$$\hat{\theta} = \frac{\bar{t}}{\bar{\gamma} \left(1 - \frac{1}{\hat{\gamma}_n}\right)}. \quad (2.51)$$

A equação (2.50) foi proposta por BAIN & ENGELHARDT (1991) e a equação (2.51) por LEE (1980).

2.4 Prova de exatidão para o ajuste da distribuição

Na escolha de um determinado modelo para ajustar dados relativos a tempo de vida; é imprescindível o uso de métodos gráficos ou analíticos para verificar a hipótese de que os dados seguem determinada distribuição. Uma vez obtidas as provas de ajuste e verificado que a distribuição é rejeitada, deve ser feito um novo ajuste com outro modelo mais adequado. Os principais métodos de adequação de ajuste são: Teste analítico de Qui-quadrado (χ^2), Método analítico de Kolmogorov-Smirnov (K-S) e o Método gráfico comparativo da distribuição teste com o método não-paramétrico de Kaplan-Meier.

2.4.1 Método analítico de Qui-quadrado (χ^2)

Esta prova baseia-se na comparação das frequências observadas e esperadas (ou cálculos usando a distribuição do ajuste). Para isso é necessário agrupar as observações em intervalos, obtendo-se x_{ii} e x_{is} como limite inferior e superior do intervalo i . Para cada intervalo determina-se:

$$\chi_c^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(fo_i - fe_i)^2}{fe_i} \quad (2.52)$$

cujo fo_i vem a ser a frequência observada no intervalo “ i ” e fe_i a frequência esperada no mesmo intervalo “ i ”. O valor fe_i é determinado através da função de probabilidade acumulada, obtida da seguinte forma:

$$fe_i = [F(x_{ii}) - F(x_{is})]n, \quad (2.53)$$

e k é o número de intervalos. O qui-quadrado calculado é comparado com o qui-quadrado tabelado e, logo após, conclui-se quanto ao ajuste ou não do modelo aos dados. A prova do χ^2 deve ser usada quando o número de observações for grande, acima de 30 observações. É comum usá-la em amostras pequenas, porém aconselha-se muita cautela ao fazê-lo.

2.4.2 Método analítico de Kolmogorov-Smirnov (K-S)

Esta prova consiste na comparação das frequências acumuladas observadas com as estimativas pela distribuição do ajuste. A comparação é feita usando-se as frequências acumuladas de X , e não as frequências agrupadas que se usam na prova de qui-quadrado.

Para cada índice $i: 1 \rightarrow n$, determina-se:

- a frequência acumulada observada para o valor ordenado x_j , a qual é dada por

$$S_n(x_i) = \frac{i}{n} \cdot 100 ;$$

- a frequência acumulada teórica, usando a $F(x_i)$ da distribuição teórica;

- o máximo das distâncias entre $S_n(x_i)$ e $F(x_i)$, isto é:

$$DM = \text{Max}\{S_n(x_i) - F(x_i)\} . \quad (2.54)$$

Se a distância é suficientemente pequena ($p < 0,05$), conclui-se que o modelo escolhido para o ajuste dos dados deve ser aceito.

Esta prova tem a vantagem de não depender de uma classificação arbitrária dos dados em intervalos, o que pode influenciar os resultados do ajuste. Outra vantagem é que pode ser usada para valores de $n < 4$, ou seja, amostras pequenas, o que exige muita cautela quando se utiliza a prova qui-quadrado.

2.4.3 Método gráfico comparativo dos estimadores não-paramétricos e paramétricos

Para comparar os estimadores devem-se estimar as funções de confiabilidade para os modelos paramétricos, como por exemplo, as distribuições Gamma, Weibull, Exponencial, Normal e Log-normal, representados por $\hat{R}_{Ga}(t)$, $\hat{R}_w(t)$, $\hat{R}_E(t)$, $\hat{R}_N(t)$ e $\hat{R}_{LN}(t)$, respectivamente. Para o mesmo conjunto de dados, determinam-se a estimativa de Kaplan-Meier para a função de confiabilidade $\hat{R}_{K-M}(t)$.

Ao comparar cada modelo paramétrico com a estimativa de Kaplan-Meier, o modelo mais adequado ao conjunto de dados é aquele cuja curva se aproxima do estimador de Kaplan-Meier, ou seja, é aquele cujos pontos estarão mais próximos da curva $x = y$ em que, $x = \hat{R}_{K-M}(t)$ e $y = \hat{R}_{MC}(t)$, sendo “MC” o modelo de confiabilidade testado.

2.5 Síntese do capítulo

Neste capítulo, desenvolveram-se as técnicas de análise de confiabilidade, que serão as ferramentas utilizadas para analisar o tempo de vida das variáveis envolvidas no processo. Com o emprego dessas técnicas é possível determinar a confiabilidade do equipamento, estimar os possíveis parâmetros para os modelos de probabilidade, e, utilizando-se técnicas estatísticas, estudar a validação dos modelos. No capítulo seguinte, desenvolver-se-á uma metodologia de componentes principais, que juntamente com este capítulo fará uma interconexão entre as metodologias, para a formação da proposta no capítulo 4.

3 ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS

No capítulo anterior desenvolveu-se a teoria de confiabilidade, que, juntamente com este capítulo, formará o embasamento teórico para a metodologia elaborada no capítulo 4.

Ao conjunto de técnicas para análise de dados, em que parâmetros são estimados de uma mesma unidade experimental, denomina-se *Análise Multivariada*. Os métodos estatísticos multivariados para modelar a dependência entre variáveis são: análise de regressão múltipla, análise de correspondência múltipla e análise discriminante. Para modelar a independência, tem-se: análise fatorial, análise de agrupamento, análise de correlação canônica, análise de componentes principais e alguns métodos não-paramétricos.

A técnica multivariada que será desenvolvida neste capítulo será a Análise de Componentes Principais (ACP), pois as variáveis que serão utilizadas no capítulo 4 possuem independência estatística e são correlacionadas. A correlação existe em função do desgaste conjunto das peças e a grande contribuição que a ACP oferece é a redução da dimensionalidade das variáveis envolvidas no processo.

A ACP foi desenvolvida primeiramente por Pearson em 1901; ele descreveu que o grupo de componentes ou Combinações Lineares (CL) era gerado de um conjunto de variáveis originais, possuindo variâncias mínimas não explicadas. As combinações lineares geram um plano, no qual o ajuste da nuvem de pontos será em consequência o melhor, em função de ser mínima a soma das distâncias de cada ponto ao plano. Essa teoria foi reformulada por HOTTELING (1933) considerando “n” variáveis obtidas de uma população de estudantes, representando as notas obtidas em testes escolares. Nesses testes, foi avaliada a habilidade com que os alunos resolviam problemas de aritmética e a velocidade com que os textos eram lidos. Do estudo envolvendo as notas dos alunos foi possível determinar qual ou quais

variáveis exerciam uma maior influência sobre as outras, sendo que o objetivo de Hotelling era identificá-las. Na época, ele considerou que alguns estudantes, por apresentarem melhores notas nos testes aplicados, deveriam possuir algum componente psicológico mais desenvolvido que os outros estudantes, o qual facilitava certas tarefas. Na Psicologia moderna, as variáveis que apresentavam uma maior influência foram chamadas de “fatores mentais”, na Matemática esses elementos foram denominados de “fatores”, mas depois eles receberam o nome de “componentes”, para não serem confundidas com o termo “fator” usado na Matemática. A análise que encontrava estes supostos componentes e que maximizava a variância dos dados originais foi denominada por Hotelling de **Análise de Componentes Principais**, que vem a ser a teoria conhecida até os nossos dias.

Trabalhos desenvolvidos para controle de processo como: JACKSON & MORRISON (1957), JACKSON (1980,1981a e 1981b), CHANG (1991), HAYTER & TSUI (1994), YANG *et al.* (1994), KOURTI & Mac GREGOR (1996), WANG & CHEN (1998), YOUNG *et al.*(1998) e SOUZA (2000), tiveram como objetivo principal a redução da *dimensionalidade* das variáveis envolvidas no processo. Para isso, os autores basearam-se em técnica de análise multivariada como: componentes principais e análise fatorial, para solucionar o problema do número de variáveis envolvidas no processo. A interpretação dos resultados, através da utilização dessas técnicas, é facilitada pela diminuição do número de variáveis, mantendo um elevado grau de explicação; dessa forma os componentes principais podem ser utilizados para descobrir se o processo estava sob controle.

3.1 Introdução

Para atender os objetivos do presente trabalho, ou seja, estudar o tempo de vida e estimar a confiabilidade de um equipamento, mediante a redução do número de variáveis, é importante conhecer os fundamentos teóricos da Análise de Componentes Principais. Logo, ANDERSON (1958), MORRISON (1976),

MARDIA *et al.* (1979), ASENSIO (1988) e JOHNSON & WICHERN (1992) são as referências adotadas a seguir.

3.2 Conceitos em análise de componentes principais

Segundo VERDINELLI (1980), a análise de componentes principais tem a finalidade de substituir um conjunto de variáveis correlacionadas por um conjunto de novas variáveis não-correlacionadas, sendo essas combinações lineares das variáveis iniciais e colocadas em ordem decrescente por suas variâncias.

$$\text{VAR CP}_1 > \text{VAR CP}_2 > \dots > \text{VAR CP}_p \quad (3.1)$$

Segundo HAWKINS (1974), em muitos casos, para a detecção de erros, a utilização de análise de componentes principais poderá ser tão eficiente quanto a utilização de dados originais, principalmente porque os vetores estarão expressando o comportamento conjunto das variáveis em estudo.

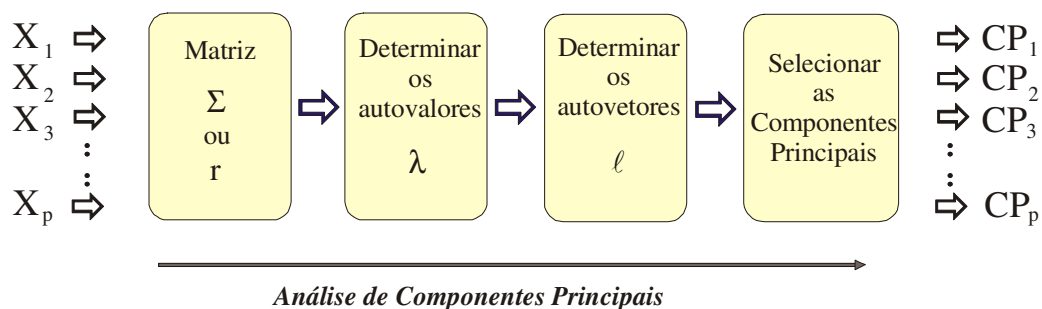
3.2.1 Geração dos componentes principais

Algebricamente, componentes principais são combinações lineares particulares das “p” variáveis aleatórias $X_1, X_2, \dots, X_p$. Geometricamente, essas combinações lineares representam a relação de um novo sistema de coordenadas obtido por deslocamento e rotação do sistema original com $X_1, X_2, \dots, X_p$ como eixos. Os novos eixos representam as direções com variabilidade máxima e fornecem uma descrição mais simples e mais parcimoniosa da estrutura de covariância.

Os componentes principais dependem da matriz de correlação ($\mathbf{r}$) ou da matriz de covariâncias (Σ) de $X_1, X_2, \dots, X_p$. O seu desenvolvimento não necessita da suposição de normalidade.

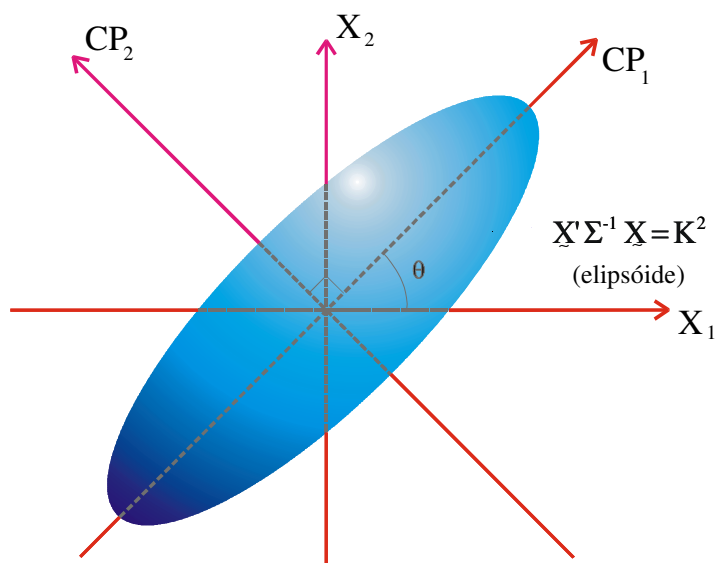
A FIGURA 7 mostra o processo para obtenção de “p” componentes principais.

FIGURA 7: Esquema para obtenção das “p” componentes principais



Supondo apenas duas variáveis em um sistema X_1 e X_2 , com distribuição normal bidimensional, (FIGURA 8) observa-se a elipsóide de densidade de probabilidade constante.

FIGURA 8: Elipsóide de densidade constante



O primeiro componente corresponde ao maior eixo da elipsóide (CP_1) e o comprimento desse eixo é proporcional a $\sqrt{\lambda_1}$. O eixo de menor variância (CP_2) é perpendicular ao eixo maior. Esse eixo chama-se segundo componente principal e seu comprimento é proporcional a $\sqrt{\lambda_2}$. Assim, a análise dos componentes principais toma os eixos X_1 e X_2 e coloca-os na direção da maior variabilidade (JOHNSON & WICHERN, 1992).

Ao estudar um conjunto de “n” elementos, mediante “p” variáveis de um sistema é possível encontrar novos componentes, denominados CP_i , $i = 1, \dots, p$, que são combinações lineares das variáveis originais $X(p)$, e impor a esse sistema certas condições que permitam satisfazer os objetivos da análise de componentes principais.

Isso implica encontrar $(p \times p)$ constantes tais que:

$$CP(k) = \sum_{j=1}^p \alpha(j_k) X_{(j)}, k = 1, \dots, \quad (3.2)$$

cujo $\alpha(j_k)$ é cada uma dessas constantes. Observa-se que, devido ao somatório em cada nova variável $CP(k)$, ocorre uma intervenção em todos os valores das variáveis originais $X_{(j)}$. O valor numérico de $\alpha(j)$ indica o grau de contribuição de cada variável definida pela transformação linear. É possível que $\alpha(j)$ tenha em algum caso particular, o valor zero, ou muito próximo de zero, o qual indica que essas variáveis não influem no valor da nova variável $CP(k)$. O grau de contribuição $\alpha(j)$ de cada variável definida pela transformação linear é dado pela relação $|\alpha_{ji} [\sqrt{V(CP_i)}]|$, quando os componentes são obtidos a partir da matriz de correlação (JOHNSON & WICHERN, 1992).

3.2.2 Não-correlação entre os componentes principais

O vetor aleatório $\tilde{X}' = [X_1, X_2, \dots, X_p]$ tem matriz de covariância Σ com os autovalores $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_p > 0$, e as seguintes combinações lineares

$$\begin{aligned} CP_1 &= \tilde{K}'_1 \cdot \tilde{X} = k_{11}X_1 + k_{21}X_2 + \dots + k_{p1}X_p \\ CP_2 &= \tilde{K}'_2 \cdot \tilde{X} = k_{12}X_1 + k_{22}X_2 + \dots + k_{p2}X_p \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ CP_p &= \tilde{K}'_p \cdot \tilde{X} = k_{1p}X_1 + k_{2p}X_2 + \dots + k_{pp}X_p \end{aligned} \quad (3.3)$$

definem a matriz das combinações lineares. Seja:

$$\mathbf{K}_{pp} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{21} & \cdots & k_{p1} \\ k_{12} & k_{22} & \cdots & k_{p2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{1p} & k_{2p} & \cdots & k_{pp} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

que nos permite escrever $\mathbf{CP} = \mathbf{K}_{pp} \cdot \mathbf{X}$.

Observa-se ainda:

1º) Se Z é uma combinação linear de p componentes de um sistema X_i , $i = 1, 2, \dots, p$ então, sendo $Z = \mathbf{K} \cdot \mathbf{X}$, a esperança de Z é dada por $E(Z) = E(\mathbf{K}' \mathbf{X}) = \mathbf{K}' E(\mathbf{X})$ e a variância é

$$V(Z) = V(\mathbf{K}' \mathbf{X}) = \mathbf{K}' V(\mathbf{X}) \mathbf{K} = \mathbf{K}' E_X \mathbf{K} \quad (3.5)$$

2º) se Z' é igual a $Z = [Z_1, Z_2, \dots, Z_q]$, e é também um vetor de q combinações lineares, então

$Z = \mathbf{K} \cdot \mathbf{X}$ com $\mathbf{K}_{qq}$ é a matriz de combinações lineares, logo a esperança de Z é

$$E(Z) = E(\mathbf{K} \cdot \mathbf{X}) = \mathbf{K} E(\mathbf{X}) \quad (3.6)$$

e a covariância é dada por:

$$\text{Cov}(Z) = \text{Cov}(\mathbf{K} \cdot \mathbf{X}) = \mathbf{K} \text{Cov}(\mathbf{X}) \mathbf{K}' = \mathbf{K} E_X \mathbf{K}' \quad (3.7)$$

Assim, a variância de CP_i é $V(CP_i) = V(\mathbf{K}_i' \mathbf{X}) = \mathbf{K}_i' \Sigma \mathbf{K}_i$ e a covariância é dada por:

$$\text{Cov}(CP_i, CP_k) = \text{Cov}(CP) = \text{Cov}(\mathbf{K} \cdot \mathbf{X}) = \mathbf{K} \Sigma \mathbf{K}' \quad (3.8)$$

Segundo ANDERSON (1958) e MORRISON (1976), os componentes principais são combinações lineares não-correlacionadas $CP_1, CP_2, \dots, CP_p$, cujas variâncias são tão grandes quanto possível; assim tem-se que:

1º) o primeiro componente principal é a combinação linear com variância máxima, isto é, a combinação linear $\tilde{K}'_1 \cdot \tilde{X}$ que maximiza $V(\tilde{K}'_1 \cdot \tilde{X})$, sujeito a restrição $\tilde{K}'_1 \cdot \tilde{K}_1 = 1$, no qual $\tilde{K}_1$ é de comprimento unitário para evitar uma indeterminação.

2º) o segundo componente principal é a combinação linear $\tilde{K}'_2 \cdot \tilde{C}$ que maximiza $V(\tilde{K}'_2 \cdot \tilde{C})$, sujeito a $\tilde{K}'_2 \cdot \tilde{K}_2 = 1$.

3º) no i-ésimo passo, o i-ésimo componente principal é a combinação linear $\tilde{K}'_i \cdot \tilde{X}$ que maximiza $V(\tilde{K}'_i \cdot \tilde{X})$ sujeito a $\tilde{K}'_i \cdot \tilde{K}_i = 1$ e $Cov(CP_i, CP_j) = 0$.

4º) em todos os casos $Cov(\tilde{K}'_i \cdot \tilde{X}, \tilde{K}'_j \cdot \tilde{X}) = 0; j < i$.

As restrições acima garantem que o sistema tenha solução única e que os componentes principais sejam não-correlacionados e apresentem variância máxima.

3.2.3 Seleção do número de componentes principais

Seja Σ a matriz de covariâncias associada ao vetor aleatório $\tilde{X}' = [X_1, X_2, \dots, X_p]$ cujo Σ tem os pares de (autovalores/autovetores) (λ_1, ℓ_1) , (λ_2, ℓ_2) , ..., (λ_p, ℓ_p) no qual $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_p > 0$, o i-ésimo componente principal é dado por:

$$CP_i = \ell'_i \tilde{X} = \ell_{i1} X_1 + \ell_{i2} X_2 + \dots + \ell_{ip} X_p, \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad (3.9)$$

com

$$V(\text{CP}_i) = \ell_i' \Sigma \ell_i = \lambda_i, i = 1, 2, \dots, p \quad (3.10)$$

e

$$\text{Cov}(\text{CP}_i, \text{CP}_j) = \ell_i' \Sigma \ell_j = 0, i \neq j. \quad (3.11)$$

Se algum λ_i for igual ao outro, autovalores múltiplos, na escolha do correspondente vetor de coeficientes $\left(\ell_i, y_i \right)$, haverá uma indeterminação.

Seja o vetor aleatório $\underline{X}' = [X_1, X_2, \dots, X_p]$ com matriz Z de covariância Σ que tem os pares de (autovalores/autovetores) $\left(\lambda_1, \ell_1 \right), \left(\lambda_2, \ell_2 \right), \dots, \left(\lambda_p, \ell_p \right)$, cujo $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_p > 0$.

Sejam $\text{CP}_1 = \ell_1' \underline{X}$, $\text{CP}_2 = \ell_2' \underline{X}$, ..., $\text{CP}_p = \ell_p' \underline{X}$ os componentes principais, então:

$$\sigma_{11} + \sigma_{22} + \dots + \sigma_{pp} = \sum_{i=1}^p V(X_i) \quad (3.12)$$

$$\sigma_{11} + \sigma_{22} + \dots + \sigma_{pp} = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p$$

$$\sigma_{11} + \sigma_{22} + \dots + \sigma_{pp} = \sum_{i=1}^p V(\text{CP}_i). \quad (3.13)$$

Conforme JOHNSON & WICHERN (1992), a variância total da população $\sigma_{11} + \sigma_{22} + \dots + \sigma_{pp}$ é igual à soma dos autovalores $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p$ da matriz Σ , e conseqüentemente, a proporção da variância total explicada devido ao k-ésimo componente principal é $\frac{\lambda_k}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p}$, $k = 1, 2, \dots, p$, ainda mais, se a maior parte da variância, por exemplo, 80% a 90% da variância total, para um número grande de p-variáveis, pode ser atribuída a um, dois ou três componentes principais; então esses

componentes podem substituir as p-variáveis originais, sem muita perda de informação.

Outro critério para selecionar o número de componentes consiste em incluir só aqueles cujos valores próprios sejam superior à média, caso tenha utilizado a matriz de variância-covariância. Se for utilizada a matriz “ ρ ” de correlação, incluir-se-ão os componentes cujos valores próprios sejam maiores que 1. Esse é o critério de KAISER (citado por MARDIA *et al.*, 1979), o qual tende a incluir poucos componentes, quando o número original de variáveis é inferior a vinte (20). Em geral, utilizam-se aqueles componentes que conseguem sintetizar uma variância acima de 70%.

Uma outra forma de análise é a utilização do Critério gráfico de Cattel (CATTEL, 1966), que diz que o número de componentes principais será determinado por um corte na curva dos pesos dos autovalores, antes que ocorra uma estabilização dos pesos.

A magnitude de $|\ell_{ki}|$ mede a importância da k-ésima variável para o i-ésimo componente principal.

Em particular, ℓ_{ki} é proporcional ao coeficiente de correlação entre CP_i e C_k .

Se $CP_1 = \ell'_1 \tilde{X}$, $CP_2 = \ell'_2 \tilde{X}$, ..., $CP_p = \ell'_p \tilde{X}$ são os componentes principais obtidos de Σ , então:

$$\rho_{CP_i, C_j} = \text{cor}(CP_i, X_j) = \frac{\ell_{ji} \sqrt{\lambda_i}}{\sqrt{\sigma_{jj}}} \quad (3.14)$$

oferece o grau de contribuição de cada variável definida pela combinação linear. (JOHNSON & WICHERN, 1992).

3.2.4 Componentes principais obtidos de variáveis padronizadas

Os componentes principais podem ser obtidos também através de variáveis aleatórias padronizadas, ou seja:

$$Z_1 = \frac{x_1 - \mu_1}{\sqrt{\sigma_{11}}} \quad Z_2 = \frac{x_2 - \mu_2}{\sqrt{\sigma_{22}}} \quad \dots \quad Z_p = \frac{x_p - \mu_p}{\sqrt{\sigma_{pp}}}$$

que em uma notação matricial é

$$\tilde{Z} = \left(V^{\frac{1}{2}} \right)^{-1} \left(\tilde{X} - \tilde{\mu} \right), \text{ onde } V^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\sigma_{22}} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \sqrt{\sigma_{pp}} \end{bmatrix}$$

é claro que $E(\tilde{Z}) = 0$ e também é fácil verificar que:

$V^{\frac{1}{2}} \rho V^{\frac{1}{2}} = \Sigma$ é a matriz de covariância;

$\rho = \left(V^{\frac{1}{2}} \right)^{-1} \Sigma \left(V^{\frac{1}{2}} \right)^{-1}$ é a matriz de correlação.

$$\text{Então, } \text{cov}(\tilde{Z}) = \left(V^{\frac{1}{2}} \right)^{-1} \text{cov}(\tilde{X} - \tilde{\mu}) \left[\left(V^{\frac{1}{2}} \right)^{-1} \right]'$$

logo,

$$\text{cov}(\tilde{Z}) = \left(V^{\frac{1}{2}} \right)^{-1} \Sigma \left[\left(V^{\frac{1}{2}} \right)^{-1} \right]' = \rho, \quad (3.15)$$

com Σ sendo a matriz de covariância de $\tilde{X}$, e ρ sendo a matriz de correlação de $\tilde{X}$.

Os componentes principais $\tilde{Z}$ podem ser obtidos pelo par de autovalores e autovetores da matriz Z de correlação ρ de $\tilde{X}$.

Também tem-se que o i -ésimo componente principal das variáveis padronizadas $\tilde{Z}' = [Z_1, Z_2, \dots, Z_p]$ com $\text{cov}(\tilde{Z}) = \rho$ é dado por

$$Y_i = \ell'_i \cdot \tilde{Z} = \ell'_i \left(V^{\frac{1}{2}} \right)^{-1} \left(\tilde{X} - \tilde{\mu} \right) \quad (3.16)$$

com

$$\sum_{i=1}^p V(CP_i) = \sum_{i=1}^p V(Z_i) = \rho \quad (3.17)$$

e

$$\rho_{CP_i, Z_j} = \ell_{ji} \sqrt{\lambda_i}, \quad (3.18)$$

neste caso $\left(\lambda_1, \ell_{\cdot 1} \right), \left(\lambda_2, \ell_{\cdot 2} \right), \dots, \left(\lambda_p, \ell_{\cdot p} \right)$ são os pares de autovalores e autovetores obtidos de ρ com $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_p > 0$.

Assim, pelo exposto, pode-se ver que a proporção da variância populacional padronizada devido ao j -ésimo componente principal, é dada por:

$$\frac{\lambda_j}{p}, j = 1, 2, \dots, p. \quad (3.19)$$

onde λ_k 's são os autovalores de ρ .

JOHNSON & WICHERN (1992) concluem que os componentes principais derivados da matriz de covariância Σ são diferentes daqueles derivados da matriz de correlação ρ . Além disso, num conjunto de componentes principais, os componentes não estão em função simplesmente um do outro. Isso sugere que a padronização não é incoerente. As variáveis devem ser padronizadas, se elas estão em escalas de medidas diferentes ou se as unidades de medidas não são a mesma.

3.3 Síntese do capítulo

A redução da dimensionalidade dos dados original será acompanhada pela perda de informações, mas o objetivo da ACP é preservar tanto quanto possível a maioria das observações relevantes. Essa redução de dimensionalidade é chamada *Transformação de Karhunen-Loève* ou *Análise de Componentes Principais*.

A técnica de análise de componentes principais é limitada, ou seja, é incapaz de captar comportamentos não-lineares. Este método é muito difundido no campo multivariado, que permite a estruturação de um conjunto de dados multivariados, em que a distribuição de probabilidade não precisa ser conhecida.

As novas variáveis geradas (componentes principais) possuem independência estatística e são não correlacionadas, o que favorece, e muito, a análise de dados envolvendo Controle Estatístico de Processos, cuja correlação entre as variáveis existe em função do efeito conjunto, e a análise de componentes principais trabalhará desconsiderando esse efeito (HAWKINS, 1974).

Neste capítulo desenvolveu-se a teoria de Componentes Principais, que, juntamente com o capítulo anterior, formarão as ferramentas utilizadas para analisar o tempo de vida das variáveis envolvidas num processo. Com o emprego desta técnica, é possível fazer uma redução na dimensionalidade das variáveis, com a finalidade de reduzir o tempo e o número de cálculos para determinar a confiabilidade de um equipamento. Em função disso, poderá haver uma possível redução nos custos operacionais. No próximo capítulo, desenvolver-se-á uma metodologia alternativa, que vem a ser uma ligação entre a metodologia de análise de confiabilidade (capítulo 2) e a metodologia de componentes principais (capítulo 3).

4 O USO DE ACP NA ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE SISTEMAS COMPLEXOS

Este capítulo tem por finalidade desenvolver uma técnica de análise de confiabilidade multivariada aplicada a sistemas complexos. Por isso, realizou-se nos capítulos anteriores uma revisão de literatura em confiabilidade e componentes principais. Essas duas áreas juntas formarão o embasamento teórico da metodologia proposta neste capítulo.

Para mostrar a diferença de aplicabilidade entre as técnicas já existentes e a técnica proposta, descrevem-se a seguir os casos tradicionais de confiabilidade multivariada.

4.1 Casos tradicionais de confiabilidade multivariada

A confiabilidade multivariada, também determinada por confiabilidade em diagrama de blocos (RDBs), nada mais é do que uma representação gráfica dos estágios de desenvolvimento de um produto, com a finalidade de representar a estrutura confiável do processo (BASOVSKY, 1961).

A confiabilidade de um equipamento, partindo da análise da inter-relação de seus componentes, deve levar em conta a possibilidade de se trabalhar com os mesmos em diferentes condições, ou seja, em associação.

Existem três tipos de associações relacionadas a um grupo de componentes interligados, dois simples (em série e em paralelo) e um misto (por exemplo: séries em paralelo ou paralelos em série). Essa associação para fins de confiabilidade resulta das condições de trabalho impostas aos componentes, ou seja, em função da disposição dos mesmos no sistema.

- Sistemas em série

Este tipo de sistema depende da operação correta de todos os seus componentes, ou seja, a falha de um componente acarretará a falha do equipamento.

- Sistemas em paralelo

A característica de um sistema em paralelo é que a falha de um ou “p-1” componentes, não impede que o sistema continue funcionando. Isso só vai ocorrer quando todos pararem de funcionar.

- Sistemas mistos

Existem dois modelos básicos de sistemas mistos: o sistema de séries em paralelo e o sistema de paralelos em série; para ambos aplicam-se técnicas semelhantes às utilizadas nos sistemas simples, ou seja, uma série de componentes pode ser transformada num único componente, ou ainda, séries em paralelo transformam-se em um sistema em paralelo.

Em síntese, nesses três tipos de sistemas, observa-se que em série ocorre uma redução na confiabilidade do equipamento, à medida em que se aumenta o número de componentes. Num sistema em paralelo, ocorre o inverso, a função de confiabilidade aumenta (ELSAYED, 1992).

O método de diagrama em bloco fornece duas medidas, uma para a função de confiabilidade $R(t)$ e outra para o tempo médio de falha (MTTF).

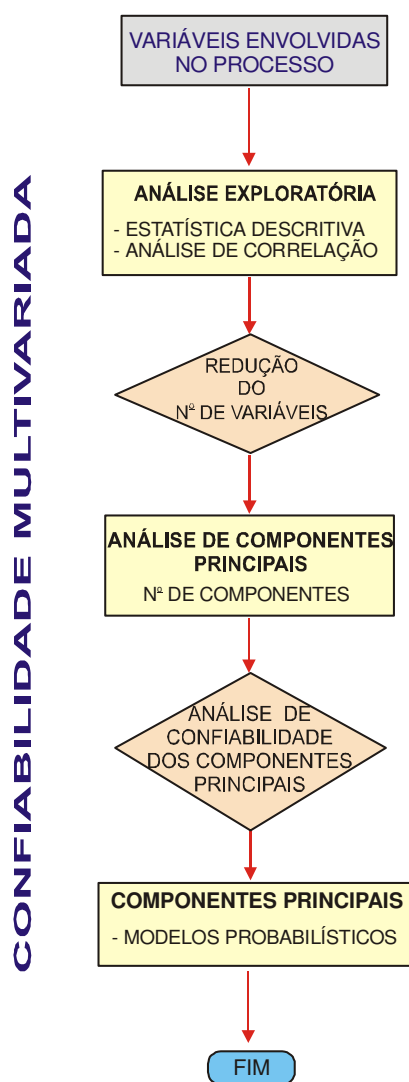
Essas técnicas são utilizadas para sistemas ditos “bem comportados”, ou ainda, sistemas nos quais se pode identificar com precisão quando um componente está disposto em série ou em paralelo com os demais.

No caso de um sistema complexo, mais especificamente de motores, as técnicas acima não poderão ser utilizadas, pois nesse tipo de sistema não se apresentam as características citadas anteriormente.

É para esse tipo de sistema que se vê a necessidade de utilizar uma nova metodologia, na qual se desprezam informações tradicionais e se busca verificar o grau de relacionamento entre as peças que compõem o sistema, ou ainda, verificar se os tempos de vida das peças estão fortemente correlacionados.

Para o desenvolvimento da metodologia, inicialmente utilizou-se um banco de dados simulado (Apêndice A) e, em função da repercussão positiva dos resultados, desenvolveu-se a metodologia proposta. Será utilizado um fluxograma (FIGURA 9) para explicar tal procedimento.

FIGURA 9: Algoritmo explicativo da metodologia proposta



O desenvolvimento da metodologia proposta surgiu de idéias tiradas dos trabalhos elaborados por JACKSON & MORRISON (1957), JACKSON (1980,

1981a e 1981b), CHANG (1991), HAYTER & TSUI (1994), YANG *et al.* (1994), KOURTI & Mac GREGOR (1996), WANG & CHEN (1998) e YOUNG *et al.* (1998) que tiveram como objetivo principal a redução da *dimensionalidade* do número de variáveis envolvidas num processo. Para isso, os autores basearam-se em técnicas de análise estatística multivariada, como componentes principais e análise fatorial, facilitando o estudo do comportamento do processo em função da redução do número de variáveis. É importante salientar que os trabalhos citados acima foram utilizados em Controle Estatístico de Processo, e que nenhum deles traz uma contribuição prática para a análise de confiabilidade.

4.1.1 Por que a utilização da ACP?

Não se utilizaram outras técnicas de estatística multivariada em função dos seguintes detalhes:

- Regressão Múltivariada - essa técnica é usada para testar dependências cumulativas de duas ou mais variáveis dependentes, em relação a duas ou mais variáveis independentes. Essa técnica não serve para a análise dos dados, pois as variáveis são todas dependentes.

- Cluster Analises - essa técnica é utilizada para criar grupos de variáveis. No trabalho em questão esses grupos já existem e são chamados de Grupos Funcionais.

- Análise Discriminante - essa técnica recai numa análise fatorial, mais diretamente numa análise de fatores que tem por finalidade determinar fatores que agrupam as variáveis originais em conjuntos com mesma característica ou afinidade, o que vem a ser o objetivo da ACP.

Utilizou-se Análise de Componentes Principais em função dos seguintes detalhes:

O objetivo da Análise Fatorial é interpretar a estrutura de um conjunto de dados multivariado e correlacionado, e, a partir da matriz de correlação ou mais especificamente, da matriz de variâncias-covariâncias, poder agrupar um conjunto de

variáveis no menor número possível, em novas variáveis chamadas componentes principais. Essa técnica pode ser utilizada através de dois procedimentos básicos: Análise de Componentes Principais (ACP) e Análise de Fatores. A ACP consiste numa combinação linear das “m” variáveis originais em “n” novas variáveis, de tal modo que o primeiro componente seja responsável pela maior variação possível no conjunto de dados original, o segundo pelo maior possível restante e assim sucessivamente até que toda a variação tenha sido explicada. Já a análise de fatores, como já foi colocado na Análise Discriminante, é utilizada quando se quer, através dos fatores, formar grupos homogêneos entre as variáveis originais, chamados de comunalidades.

4.2 Etapas para o desenvolvimento da metodologia

O algoritmo mostra as etapas que devem ser seguidas para o desenvolvimento da metodologia proposta.

Antes de começar a análise exploratória propriamente dita, deve-se fazer um estudo detalhado das variáveis envolvidas no processo de análise de confiabilidade do equipamento. Essa análise deverá ser acompanhada por um técnico especializado da empresa, a fim de que se possa ter certeza de que qualquer variável que venha a ser eliminada não irá prejudicar a análise futura do processo.

1ª Fase - Análise exploratória

A análise exploratória será composta de duas etapas: a) estatística descritiva e b) matriz de correlação e covariância. Nessa análise poder-se-ão eliminar variáveis, de preferência não correlacionadas, bem como variáveis pertencentes a um mesmo grupo funcional que tenham o mesmo tempo de vida, mas, para ambos os casos, leva-se em conta a sua função dentro do grupo funcional, a sua importância e funcionalidade. A matriz de correlação irá verificar o grau de relacionamento entre variáveis, pois, se elas não forem relacionadas, não poderá ser utilizada a ACP. A matriz de variância e covariância irá auxiliar logo adiante na determinação dos autovalores e autovetores e principalmente na escolha dos componentes principais.

2ª Fase – Determinação do número de componentes

Antes de começar essa fase parte-se do pressuposto de que o objetivo da equipe de confiabilidade seja o de reduzir o número de variáveis envolvidas no processo, pois, caso contrário, ela irá optar por utilizar a análise de confiabilidade univariada, peça por peça, ou utilizar o menor tempo de falha entre as peças.

A utilização da Análise de Componentes Principais tem por finalidade determinar as novas variáveis, e com a metodologia proposta, medir o tempo médio de falha e a confiabilidade do equipamento, ou seja, através das combinações lineares das variáveis originais, obtêm-se novas variáveis de análise chamadas componentes principais.

Para determinar quais os componentes principais que serão utilizados para substituir as variáveis originais, poderá ser utilizada a matriz de correlação ($\mathbf{r}$) ou a matriz de variância e covariância ($\mathbf{\Sigma}$). Neste trabalho optou-se por utilizar a matriz de variância-covariância que servirá também para calcular os autovalores com seus respectivos pesos, bem como os autovetores que determinarão o percentual da *variância explicada*¹ para cada autovalor.

Com os componentes principais (CP_i), autovalores (λ_{ij}) e as variáveis originais (X_i), poder-se-á construir um sistema de equações tal que:

$$\begin{cases} CP_1 = \lambda_{11}.X_1 + \lambda_{21}.X_2 + \dots + \lambda_{n1}.X_n \\ CP_2 = \lambda_{12}.X_1 + \lambda_{22}.X_2 + \dots + \lambda_{n2}.X_n \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ CP_n = \lambda_{1n}.X_1 + \lambda_{2n}.X_2 + \dots + \lambda_{nn}.X_n \end{cases} \quad (4.1)$$

Para escolher o número de componentes principais serão utilizados três métodos:

¹ Quando a ACP é feita a partir de $\mathbf{r}$, o percentual é obtido dividindo λ pelo número de variáveis, que nada mais é o traço da matriz de correlação; quando for utilizado $\mathbf{\Sigma}$, o percentual é obtido dividindo λ pelo traço de $\mathbf{r}$ ou de $\mathbf{\Sigma}$.

1º) O critério de Kaiser, citado por MARDIA *et al.* (1979), que diz que convém escolher os componentes principais com autovalores maiores que 1, caso se tenha utilizado a matriz de correlação, ou componentes que se encontrem acima do valor médio dos autovalores, quando se utilizam a matriz de variância e covariância;

2º) O critério gráfico de Cattell (CATTEL, 1966), em que o número de componentes principais será determinado por um corte na curva dos pesos dos autovalores e esse corte é dado antes da estabilização dos pesos dos autovalores; e

3º) O proposto por JOHNSON & WICHERN (1992) que diz que se escolhem os componentes principais que explicarem acima de 70% da variância total;

Um outro passo importante é verificar o grau de influência das variáveis originais sobre os componentes principais, através da matriz correlação entre as variáveis e os componentes selecionados.

3ª Fase – Aplicação das técnicas de confiabilidade nos Componentes Principais

Após a seleção do número de componentes principais, devem-se analisar as combinações lineares e, em seguida, aplicar as técnicas de confiabilidade para determinar a função densidade de falha, função de confiabilidade e tempo médio de falha.

Segundo ELSAYED (1992), LEITCH (1995), RAMAKUMAR (1993) e BORGES *et al.* (1996), para analisar os componentes principais, devem-se usar os seguintes procedimentos:

1º) determinar a função densidade de falha $f(t)$;

2º) ajustar um modelo de distribuição de probabilidade;

- Modelo Exponencial, Weibull, Gamma, Log-normal e Normal.

3º) determinar o melhor modelo de ajuste para os dados, através do método de máxima verossimilhança, acompanhado pelo método de mínimos quadrados;

- Teste de Kolmogorov-Smirnov, Coeficiente de Explicação (r^2) e gráfico de dispersão para o modelo ajustado em função do modelo paramétrico de Kaplan-Meier.

4^o) utilizar o modelo de confiabilidade (modelo probabilístico), a fim de determinar a confiabilidade $R(t)$ e o tempo médio de falha (MTTF) para um componente;

- Função de confiabilidade ($R(t)$);

A função de confiabilidade será interpretada como sendo a confiabilidade do componente principal, gerada em função da variabilidade do tempo de falha das peças que compõem o equipamento e, certamente, poderá ser traçada pela mesma distribuição de probabilidade que gerou a confiabilidade das variáveis originais.

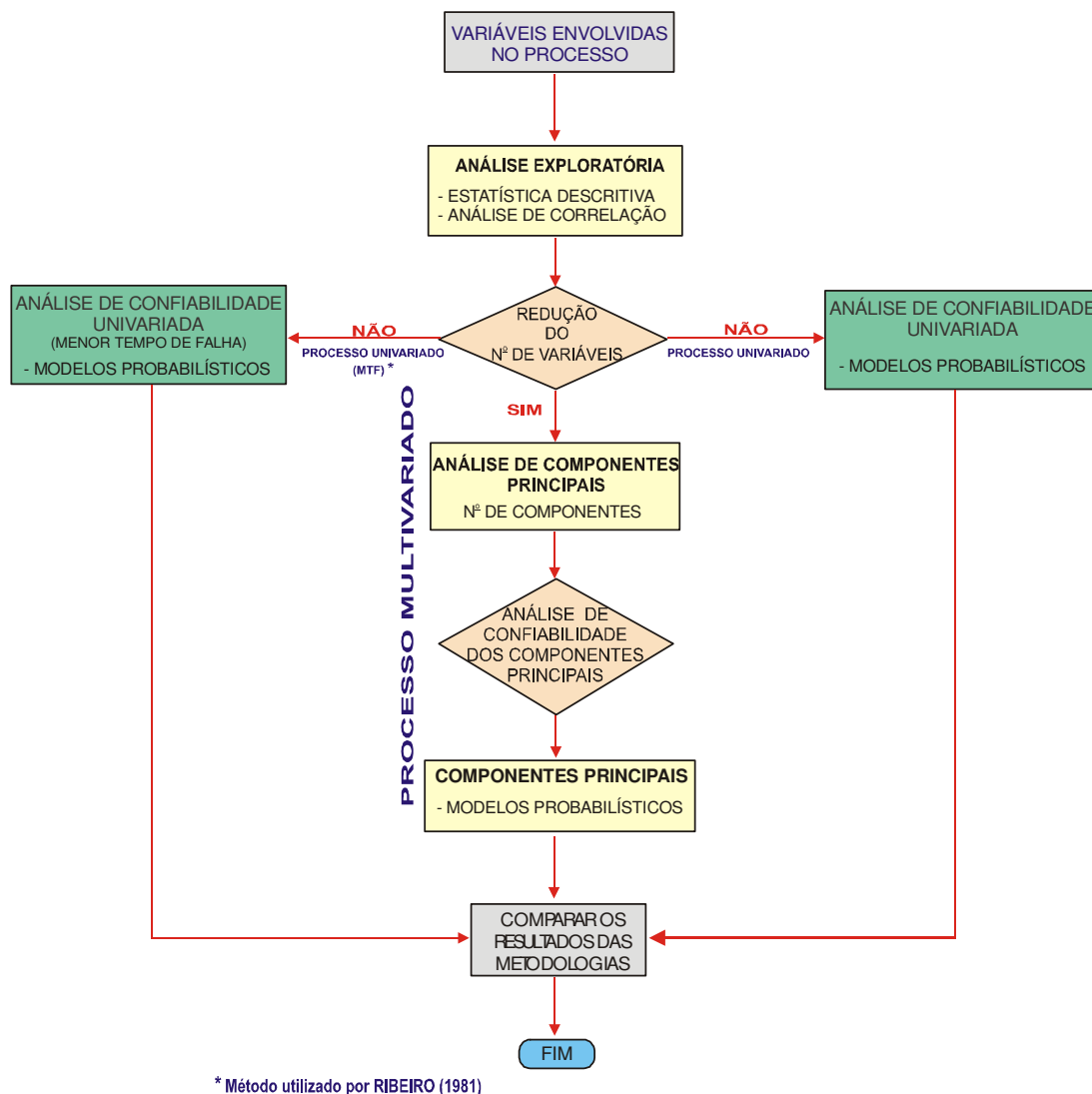
- O tempo médio de falha (MTTF).

Da mesma forma que a confiabilidade, o MTTF acompanhará o comportamento da amplitude de variação gerada pela distribuição de probabilidade que a determinou, ou seja, ele será calculado em função da distribuição que melhor se ajustou aos componentes.

4.3 Comparação da metodologia proposta com outros processos

O algoritmo a seguir mostra como se procederá com respeito à comparação da metodologia proposta com as metodologias univariadas.

FIGURA 10: Comparação da metodologia proposta com a análise univariada



a) Metodologia proposta x Metodologia univariada (variáveis originais);

A metodologia univariada nada mais é que um estudo individualizado de cada uma das variáveis originais que compõem o equipamento, e para cada uma faz-se: 1) uma análise descritiva; 2) determina-se um gráfico de dispersão para o tempo de vida; e 3) estima-se um modelo probabilístico a fim de determinar a confiabilidade $R(t)$ e o tempo médio de falha (MTTF) das variáveis.

A comparação das metodologias é feita através da observação dos gráficos de dispersão dos tempos de vida das variáveis originais com os tempos de vida gerados pelos componentes principais. Procura-se verificar se os modelos ajustados para as variáveis são iguais aos gerados pelos componentes, e verificar se as

confiabilidades encontradas para os modelos das variáveis se equivalem às confiabilidades encontradas para os componentes principais.

b) Metodologia proposta x Metodologia univariada (Menor Tempo de Falha - MTF).

Uma segunda análise a ser feita consiste em comparar a metodologia proposta com a metodologia sugerida por RIBEIRO (1981) que utilizou os menores tempos de falha (MTF) entre as variáveis para cada equipamento testado.

Esse procedimento é realizado da seguinte forma: para o primeiro equipamento pega-se o menor tempo de falha entre as peças, para o segundo equipamento o mesmo procedimento, até chegar ao último equipamento. O tempo de falha e a peça dos demais equipamentos não necessariamente vêm a ser iguais ao do primeiro equipamento, ficando-se assim, com um processo univariado, cujos tempos são os menores tempos de falha entre as peças do equipamento.

Da mesma forma que na comparação do item (a), a análise comparativa consiste em observar através de um gráfico de dispersão o tempo de vida da variável MTF com o tempo de vida gerado pelos componentes principais; comparar o modelo ajustado para a variável MTF verificando se é igual aos modelos gerados pelos componentes e verificar se a confiabilidade determinada pelo modelo da variável MTF equivale às confiabilidades determinadas pelos componentes principais.

4.4 Síntese do capítulo

Neste capítulo apresentou-se uma metodologia alternativa para a análise de confiabilidade de sistemas complexos, utilizando-se técnicas de estatística multivariada, especificamente componentes principais. O objetivo do uso dessa técnica é a redução do número de variáveis analisadas para determinar a confiabilidade e o tempo médio de falha de um equipamento. Com o uso da técnica proposta, será possível uma redução na operacionalização matemática, ou seja, uma redução no tempo de cálculos frente a uma máquina e, conseqüentemente, uma possível redução nos custos de análise. Para a concretização da metodologia

proposta, serão feitas comparações com a metodologia univariada tradicional e com a metodologia do menor tempo de falha, proposta por RIBEIRO (1981). No capítulo 5, desenvolver-se-á uma aplicação da metodologia, utilizando-se dados reais, fornecidos pela STIHL de São Leopoldo - RS, mais especificamente falhas geradas por uma determinada máquina produzida pela empresa, na qual foram preparadas 45 máquinas para teste, sendo utilizadas 36 (9 ficaram de reserva). Para cada máquina, foram avaliados os desgastes e falhas em 80 peças, que, por questão de identificação, foram divididas em 16 grupos funcionais.

5 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA

5.1 Um breve histórico da empresa

A STIHL, empresa de origem alemã, foi fundada em 1926 pelo engenheiro mecânico Andreas Stihl com apenas um funcionário. A idéia inicial era facilitar o trabalho florestal com a ajuda de uma máquina. A implementação dessa idéia, na forma de "máquina de cortar árvores STIHL", foi o início de uma história de sucesso que fez da STIHL a marca de liderança mundial em motosserras. Até 1930, já eram 30 pessoas produzindo máquinas de cortar árvores, em 1964, eram 1.000 funcionários, aumentando para 2.000 em 1971 e para 4.000 em 1978. Atualmente, mais de 5.000 funcionários em todo o mundo participam da manufatura dos produtos STIHL. Dois anos após a fundação da empresa, a STIHL já tinha seu próprio escritório de vendas para o norte da Alemanha. Um considerável número das primeiras motosserras movidas a gasolina foram compradas por clientes dos países europeus vizinhos. As vendas das motosserras STIHL na América começaram em 1930, seguidas das vendas na Rússia um ano mais tarde; em 1936, uma subsidiária na Áustria foi fundada em Viena. Atualmente, os produtos STIHL são vendidos em 140 países. Mais de 20 escritórios de vendas da empresa, representantes e inúmeros importadores por todo o mundo garantem a presença no mercado. Mais de 30.000 distribuidores especializados fornecem assistência técnica qualificada, executando manutenção e reparos. A matriz de Waiblingen, fundada em 1947 é, hoje, somente uma das sete fábricas da Alemanha. Em 1973, foi construída uma fábrica no Brasil. Desde 1974, todas as correntes para motosserras têm sido fabricadas na Suíça. No mesmo ano, a STIHL inaugurou as instalações para produção de motosserras nos Estados Unidos.

O setor de confiabilidade da empresa adota como procedimento de rotina os seguintes critérios para avaliar a falha das peças de seus equipamentos:

a) Quando uma peça apresenta falha?

1º) ao ficar inoperante;

2º) ao não exercer sua função satisfatoriamente;

3º) ao sofrer deterioração, tornando-a inconfiável ou insegura para operar em uso contínuo.

5.1.1 Análise de falha de uma peça

b) Para se fazer uma análise de falha em uma peça, ela deverá passar pelos seguintes estágios (isso vai depender do tipo de peça):

- Coleta de dados e seleção da amostra
- Exame preliminar da peça que falhou
- Ensaaios não-destrutivos
- Ensaaios mecânicos
- Seleção, identificação, preservação e limpeza da superfície de fratura
- Exame macroscópico da fratura
- Exame microscópico da fratura
- Seleção e preparação para análise metalográfica
- Identificação do tipo de falha
- Análise química e aplicação da mecânica da fratura
- Testes sob condições simuladas de serviço

Numa etapa conclusiva, ou seja, após a peça ter passado por alguns ou todos os testes acima, o setor de confiabilidade estará apto a responder à questão abaixo:

c) O que pode ser feito para que essas falhas não ocorram em componentes similares?

Para chegar a uma resposta definitiva, deve-se responder às seguintes perguntas:

- Foi estabelecida a sequência da falha?
- Foi determinado o ponto de início?
- A trinca iniciou na superfície ou abaixo?

- A trinca relaciona-se com concentrações de tensões?
- Qual o tamanho da trinca?
- Qual a quantidade de carga?
- Qual o tipo de carga? Torção, compressão, tração, flexão?
- Há vibrações? Qual a frequência?
- Qual a temperatura de operação?
- O desgaste contribuiu para a falha?
- A corrosão contribuiu para a falha?
- A peça estava dimensionada para o serviço?
- O material empregado estava de acordo com o especificado?
- A solicitação mecânica em serviço estava de acordo com o componente e sua aplicação?
- O componente sofreu algum reparo ou revisão durante sua vida, e este serviço foi feito corretamente?
- O componente foi montado e/ou instalado corretamente?
- Quando novo, o componente foi submetido ao procedimento planejado para suas primeiras horas de uso?
- Houve manutenção adequada durante sua vida?
- Houve correta lubrificação do componente?
- É necessário modificar o projeto para evitar falhas similares?
- A falha não está relacionada ao uso abusivo do componente?
- Há probabilidade de uma falha ocorrer em componentes similares em serviço?

Os itens acima relatam o quão é minucioso e detalhado o estudo de falha de uma peça realizado pelo setor de confiabilidade da empresa.

5.2 Aplicação da metodologia

Nos capítulos 2 e 3, desenvolveu-se um embasamento teórico de análise de componentes principais e análise de confiabilidade, para que, no capítulo 4, fosse apresentada uma técnica alternativa de confiabilidade multivariada, através da

combinação dessas duas técnicas. Neste capítulo, far-se-á uma aplicação da metodologia proposta através do uso de dados reais.

Os dados utilizados neste trabalho referem-se ao tempo de vida das peças de um equipamento da empresa STIHL de São Leopoldo – RS, e o tempo de vida das peças será considerado censurado (Censura Tipo I). Esses dados foram obtidos no setor de confiabilidade da empresa, através de um terminal de banco de dados direto da Alemanha.

É importante salientar que as máquinas envolvidas nesta pesquisa já passaram por uma etapa de inspeção primária (análise de confiabilidade em laboratório), na qual já foi feito algum tipo de correção estrutural (essa correção irá depender do tipo de peça, conforme o item 5.1). Os dados coletados pertencem a uma segunda etapa (análise de confiabilidade em campo de prova), na qual dificilmente acontecerão falhas de estrutura, e sim falhas por desgaste natural das peças.

A coleta de dados foi realizada em 4 estados brasileiros, envolvendo engenheiros e técnicos das cidades de Paragominas (PA), Ji-paraná (RO), Ariquemes (RO), Barra do Ribeiro (RS) e Itararé (SP), mas, por motivo de sigilo industrial, não poderão ser fornecidos maiores detalhes quanto ao tipo de equipamento utilizado, bem como o nome das peças utilizadas na análise.

A pesquisa teve início no dia 10 de julho de 1998 e término em 02 de julho de 1999, aproximadamente 1 ano de levantamento de dados, com média de 117 dias (d.p. 84 dias) de campo, sendo testadas, em média, 519 horas (d.p. 156 horas) de funcionamento do equipamento.

Foram preparadas 45 máquinas, sendo utilizadas apenas 38; em cada máquina foram testadas 80 peças (componentes), divididas em 16 grupos funcionais, como mostra a TABELA 1:

Os grupos funcionais foram assim numerados conforme o banco de dados original. Após uma análise detalhada juntamente com técnicos da empresa, eliminaram-se peças que jamais desgastariam, como plásticos e borrachas, e que,

mesmo que tenham desgaste, não irão causar falhas imediatas no equipamento (parafusos, arruelas, rebites e pinos). Das 80 peças, selecionaram-se **33** peças em função do grau de desgaste dentro dos grupos funcionais.

TABELA 1: Grupos funcionais e seus respectivos números de peças (inicial e selecionada)

Grupo funcional	Número de peças	
	Inicial	Selecionada
1 – Sistema de punho e sustentação	7	3
2 – Sistema de preparação da mistura	7	5
3 – Sistema de combustível	4	2
4 – Carcaça do motor	6	3
5 – Acionamento do virabrequim	3	3
6 – Conjunto do cilindro	6	1
7 – Silenciador	3	0
8 – Sistema de lubrificação	7	3
9 – Embreagem e acionador	7	3
10 – Sistema de freio	3	2
11 – Sistema de ignição	4	3
13 – Sistema de arranque	6	2
14 – Encosto do conjunto de corte	10	2
15 – Coberturas e ventilação	5	1
17 – Conjunto de corte	1	0
19 – Outros	1	0
Total de peças	80	33

Na TABELA 2, foram colocadas as medidas descritivas das peças selecionadas, bem como no ANEXO 5 encontra-se a matriz de correlação. Para melhor identificar as peças, a primeira letra e os dois primeiros números significam o grupo funcional (Gnn) e a segunda letra indica sua posição no banco de dados.

TABELA 2: Medidas descritivas para o tempo de vida das peças selecionadas

Peças	Média	Mínimo	Máximo	Desvio Padrão
G01A	337,3158	121	653	117,5799
G01B	519,3421	225	793	156,3410
G01C	468,6316	225	793	157,4775
G02A	211,6579	104	577	131,7184
G02B	361,6053	19	751	147,0280
G02C	346,5789	59	672	196,9322
G02D	320,6842	59	751	186,1042
G02E	428,6316	205	778	143,5642
G03A	456,9737	66	793	171,7469
G03B	274,4737	19	674	152,6378
G04A	519,3421	225	793	156,3410
G04B	519,3421	225	793	156,3410
G04C	519,3421	225	793	156,3410
G05A	514,8684	225	793	158,9091
G05B	514,8684	225	793	158,9091
G05C	519,3421	225	793	156,3410
G06A	504,3947	225	793	152,7506
G08A	204,5789	66	577	134,9107
G08B	417,5789	31	793	222,6379
G08C	482,3684	148	793	185,4200
G09A	207,7105	104	577	132,9259
G09B	402,1579	192	751	115,5837
G09C	488,2105	189	793	172,7428
G10A	397,0263	106	793	213,7933
G10B	211,2632	104	577	132,1569
G11A	519,3421	225	793	156,3410
G11B	207,7368	104	577	132,9084
G11C	519,3421	225	793	156,3410
G13A	207,7368	104	577	132,9084
G13B	504,9737	225	793	154,2552
G14A	350,8158	119	696	138,9940
G14B	489,8158	139	793	172,5694
G15A	494,3158	208	793	162,3645
Análise Geral	407,3445	19	793	117,2291

Das 33 peças, foram selecionadas 18 peças (destacadas na tabela acima em negrito) para formar o banco de dados final. As demais peças foram eliminadas em função do seu grau de equivalência (peças iguais e/ou com o mesmo tempo de vida, ex.: grupo funcional G04 (A, B e C) e G05 (A e B)) e ainda, pela falta de correlação dos tempos de vida com as demais selecionadas, ficando então as peças: G01B, G01C, G02B, G02E, G03A, G04A, G05A, G05C, G06A, G08B, G08C, G09B, G09C, G10A, G11C, G13B, G14B e G15A.

Observa-se que o tempo médio de funcionamento das 18 peças foi de 464 horas (d.p. 58 horas), e o coeficiente de variação $C.V. = 12,42\%$, ou seja, utilizando-se as 18 peças ter-se-á um grupo mais homogêneo comparado com os coeficientes de variação das 80 peças iniciais (30,10%) e das 33 peças selecionadas (28,78%).

Uma outra observação é referente ao tempo de falha. O menor foi de 19 horas e o maior de 793 horas. Esse tempo maior pode ser observado em quase todas as peças finais, lembrando-se que isso aconteceu, pois a pesquisa foi realizada com censura Tipo I.

TABELA 3: Matriz de correlação entre o tempo de vida das 18 peças finais

	G01B	G01C	G02B	G02E	G03A	G04A	G05A	G05C	G06A	G08B	G08C	G09B	G09C	G10A	G11C	G13B	G14B	G15A
G01B	1,000																	
G01C	0,769*	1,000																
G02B	0,382*	0,283*	1,000															
G02E	0,591*	0,443*	0,488*	1,000														
G03A	0,764*	0,602*	0,163*	0,276*	1,000													
G04A	1,000*	0,769*	0,382*	0,591*	0,764*	1,000												
G05A	0,985*	0,748*	0,418*	0,598*	0,742*	0,985*	1,000											
G05C	1,000*	0,769*	0,382*	0,591*	0,764*	1,000*	0,985*	1,000										
G06A	0,911*	0,643*	0,439*	0,624*	0,643*	0,911*	0,894*	0,911*	1,000									
G08B	0,711*	0,477*	0,483*	0,587*	0,449*	0,711*	0,733*	0,711*	0,724*	1,000								
G08C	0,857*	0,597*	0,379*	0,493*	0,643*	0,857*	0,839*	0,857*	0,762*	0,679*	1,000							
G09B	0,397*	0,326*	0,543*	0,497*	0,378*	0,397*	0,414*	0,397*	0,423*	0,453*	0,346*	1,000						
G09C	0,861*	0,593*	0,313*	0,549*	0,584*	0,861*	0,843*	0,861*	0,761*	0,764*	0,850*	0,348*	1,000					
G10A	0,454*	0,515*	0,223*	0,075*	0,604*	0,454*	0,483*	0,454*	0,324*	0,332*	0,379*	0,455*	0,285*	1,000				
G11C	1,000*	0,769*	0,382*	0,591*	0,764*	1,000*	0,985*	1,000*	0,911*	0,711*	0,857*	0,397*	0,861*	0,454*	1,000			
G13B	0,945*	0,706*	0,349*	0,464*	0,812*	0,945*	0,928*	0,945*	0,843*	0,629*	0,819*	0,402*	0,794*	0,541*	0,945*	1,000		
G14C	0,836*	0,602*	0,226*	0,349*	0,565*	0,836*	0,819*	0,836*	0,737*	0,617*	0,683*	0,087*	0,711*	0,282*	0,836*	0,769*	1,000	
G15A	0,865*	0,625*	0,147*	0,362*	0,620*	0,865*	0,847*	0,865*	0,761*	0,579*	0,786*	0,134*	0,764*	0,340*	0,865*	0,796*	0,913*	1,000

* correlação altamente significativa (p < 0,01)

* correlação significativa (p < 0,05)

* correlação não-significativa (p > 0,05)

Analisando a matriz de correlação, observam-se muitas correlações fortes entre os tempos de vida da maioria das peças selecionadas, ou seja, as 18 peças, além de ser homogêneas, são bem correlacionadas, logo irão certamente representar as demais na análise de confiabilidade do equipamento.

Na TABELA 4, apresenta-se a dispersão das peças correlacionadas. Na diagonal principal, apresentam-se as variâncias e, nas demais células, as covariâncias. Essa tabela será utilizada no item (5.2) para determinar os autovalores e autovetores dos componentes principais, bem como para auxiliar na seleção do número de componentes principais.

TABELA 4: Matriz de variância-covariância entre o tempo de vida das 18 peças finais

	G01B	G01C	G02B	G02E	G03A	G04A	G05A	G05C	G06A	G08B	G08C	G09B	G09C	G10A	G11C	G13B	G14B	G15A
G01B	24442,51																	
G01C	18939,78	24799,16																
G02B	8786,868	6553,175	21617,22															
G02E	13265,94	10008,67	10302,2	20610,67														
G03A	20515,5	16289,02	4123,989	6805,801	29497													
G04A	24442,5	18939,78	8786,868	13265,94	20515,5	24442,51												
G05A	24467,05	18731,33	9754,514	13654,79	20253,48	24467,05	25252,12											
G05C	24442,5	18939,78	8786,868	13265,94	20515,5	24442,5	24467,05	24442,51										
G06A	21749,37	15468,18	9862,755	13686,23	16864,93	21749,37	21705,24	21749,37	23332,73									
G08B	24756,69	16715,65	15809,72	18747,89	17175,2	24756,69	25944,75	24756,69	24610,55	49567,66								
G08C	24851,87	17423,52	10333,93	13120,73	20477,5	24851,87	24706,54	24851,87	21591,15	28016,81	34380,56							
G09B	7174,917	5938,979	9228,659	8249,6	7509,166	7174,917	7612,129	7174,917	7468,368	11644,23	7413,265	13359,59						
G09C	23262,71	16138,62	7945,139	13616,38	17341,6	23262,71	23144,22	23262,71	20091,67	29376,42	27216,7	6948,777	29840,06					
G10A	15159,42	17346,15	6996,876	2296,253	22194,97	15159,42	16423,06	15159,42	10588,58	15808,8	15006,72	11249,29	10520,72	45707,59				
G11C	24442,5	18939,78	8786,868	13265,94	20515,5	24442,5	24467,05	24442,5	21749,37	24756,69	24851,87	7174,917	23262,71	15159,42	24442,51			
G13B	22785,82	17147,13	7916,881	10270,67	21519,59	22785,82	22744,35	22785,82	19872,12	21598,31	23421,85	7173,842	21146,63	17854,97	22785,82	23794,67		
G14C	22562,12	16358,82	5735,385	8634,822	16743,83	22562,12	22451	22562,12	19415,72	23690,57	21850,29	1741,003	21195,8	10407,09	22562,12	20469,72	29780,21	
G15A	21952,78	15983,85	3502,371	8444,714	17297,74	21952,78	21862,34	21952,78	18875,47	20925,03	23661,26	2517,841	21418,82	11792,1	21952,78	19926,79	25587,44	26362,22

5.2 Determinação do número de componentes principais

Para determinar o número de componentes principais, utilizou-se a matriz de variância-covariância (TABELA 4). Na TABELA 5, apresentam-se os autovalores e seus respectivos coeficientes de explicação (% da variância explicada).

TABELA 5: Autovalores da matriz de variância-covariância e seus respectivos coeficientes de explicação

Componente Principal	Inércia do Autovalor	% da Variância Explicada	% da Variância Explicada Acumulada
CP ₁	337828	68,1557	68,1560
CP ₂	45332	9,1456	77,3010
CP ₃	36436	7,3509	84,6520
CP ₄	17933	3,6179	88,2700
CP ₅	12965	2,6156	90,8860
CP ₆	11323	2,2843	93,1700
CP ₇	9479	1,9124	95,0820
CP ₈	6688	1,3493	96,4320
CP ₉	4778	0,9640	97,3960
CP ₁₀	4170	0,8413	98,2370
CP ₁₁	3954	0,7977	99,0350
CP ₁₂	2029	0,4093	99,4440
CP ₁₃	1345	0,2714	99,7150
CP ₁₄	1082	0,2183	99,9340
CP ₁₅	329	0,0664	100,0000
CP ₁₆	0	0,0000	100,0000
CP ₁₇	0	0,0000	100,0000
CP ₁₈	0	0,0000	100,0000

Analisando a TABELA 5, observa-se que o primeiro componente principal (CP₁) explica 68,16% da variabilidade total do tempo de vida das peças; o segundo componente principal (CP₂) explica 9,15%, e o terceiro componente principal (CP₃) 7,35%, os demais somados explicam somente 15,348% da variabilidade total.

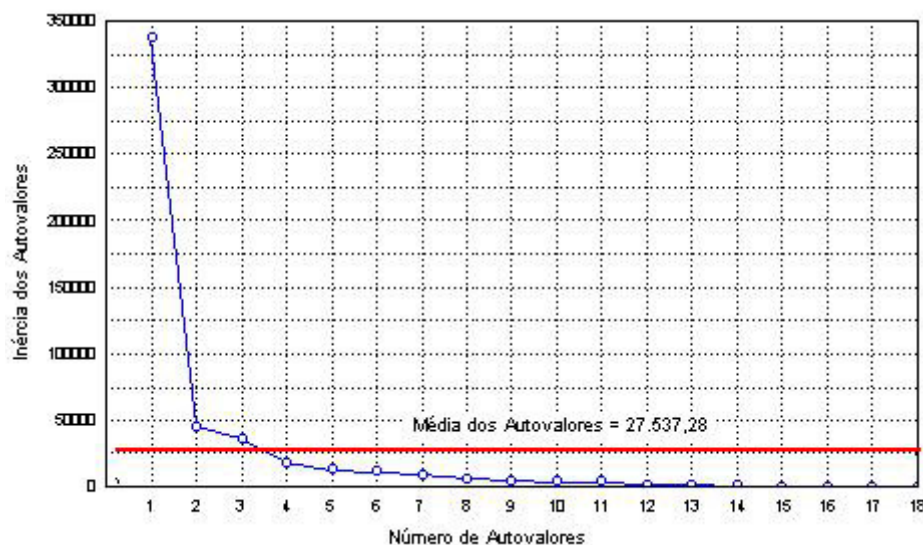
Na TABELA 6, apresentam-se os autovetores derivados dos autovalores determinados pela matriz de variância e covariância.

TABELA 6: Autovetores definidos para cada peça original

Autovetores		ℓ_1	ℓ_2	ℓ_3	ℓ_4	ℓ_5	ℓ_6	ℓ_7	ℓ_8	ℓ_9	ℓ_{10}	ℓ_{11}	ℓ_{12}	ℓ_{13}	ℓ_{14}	ℓ_{15}	ℓ_{16}	ℓ_{17}	ℓ_{18}
Peças Originais	G01B	0,265494	-0,02019	-0,07231	0,118285	0,00588	0,034011	0,016789	0,024058	-0,0988	-0,06782	-0,06471	-0,15902	-0,13487	-0,30932	0,866025	0	0	0
	G01C	0,206964	0,155806	-0,04512	0,294312	0,373957	-0,3915	-0,51986	0,076274	0,087865	0,20356	0,0059	0,090509	0,092421	0,087836	0	0	0	0
	G02B	0,108176	-0,0858	0,516908	0,229591	0,353608	-0,00073	-0,22893	-0,07579	0,116205	-0,16779	0,187136	-0,02756	0,10204	-0,03864	0	0	0	0
	G02E	0,146604	-0,24882	0,310226	0,373008	-0,05554	-0,00819	0,463541	-0,40488	0,287451	-0,13974	0,011837	0,17255	0,078978	0,031591	0	0	0	0
	G03A	0,227059	0,317616	-0,13445	0,120438	-0,44833	0,465902	-0,37296	-0,20428	0,40479	0,018591	0,21348	0,044063	0,000762	0,055925	0	0	0	0
	G04A	0,265494	-0,02019	-0,07231	0,118285	0,00588	0,034011	0,016789	0,024058	-0,0988	-0,06782	-0,06471	-0,15902	-0,13487	-0,30932	-0,28868	-0,40825	0,707107	-0,40825
	G05A	0,267831	-0,00892	-0,02653	0,083161	0,048338	0,052086	0,072892	-0,02062	-0,11412	-0,12699	-0,08192	-0,57359	-0,1554	0,721636	0	0	0	0
	G05C	0,265494	-0,02019	-0,07231	0,118285	0,00588	0,034011	0,016789	0,024058	-0,0988	-0,06782	-0,06471	-0,15902	-0,13487	-0,30932	-0,28868	-0,40825	-0,70711	-0,40825
	G06A	0,237483	-0,11477	0,028191	0,145177	0,020136	0,271209	0,06789	0,002682	-0,6009	0,349032	0,413676	0,377915	-0,07972	0,163622	0	0	0	0
	G08B	0,300913	-0,25421	0,426262	-0,65641	0,018114	0,186115	-0,23981	-0,11465	-0,00936	0,133911	-0,11266	-0,09968	0,106496	-0,0653	0	0	0	0
	G08C	0,281381	-0,08088	-0,03537	-0,07144	-0,35017	-0,54956	0,028065	-0,28818	0,071638	0,414794	-0,19797	0,116266	-0,17646	0,071299	0	0	0	0
	G09B	0,089169	0,10832	0,393642	0,16491	-0,189	0,096636	0,197941	0,716105	0,236039	0,338526	-0,15917	-0,00569	-0,06608	0,029881	0	0	0	0
	G09C	0,261537	-0,18449	-0,01927	-0,17004	-0,30571	-0,34642	-0,06921	0,368599	0,019093	-0,56059	0,378582	0,211114	-0,0147	0,094323	0	0	0	0
	G10A	0,189353	0,803769	0,220715	-0,25838	0,150326	-0,13943	0,308685	-0,12751	-0,09341	-0,12089	0,106258	0,088806	-0,07	-0,02587	0	0	0	0
	G11C	0,265494	-0,02019	-0,07231	0,118285	0,00588	0,034011	0,016789	0,024058	-0,0988	-0,06782	-0,06471	-0,15902	-0,13487	-0,30932	-0,28868	0,816497	0	0,816497
	G13B	0,249247	0,09405	-0,0834	0,100763	-0,09827	0,103986	-0,01386	0,054334	-0,24222	-0,20534	-0,54759	0,262597	0,625568	0,103371	0	0	0	0
	G14B	0,246229	-0,12142	-0,30729	-0,19026	0,460256	0,22358	0,11867	0,093767	0,358058	-0,06679	-0,20742	0,419743	-0,3501	0,141522	0	0	0	0
	G15A	0,240105	-0,0642	-0,32507	-0,13367	0,178701	-0,04961	0,316995	0,084677	0,249479	0,272227	0,387211	-0,25549	0,552878	-0,07675	0	0	0	0

A FIGURA 11 mostra o peso de cada autovalor, definido pelo Critério Gráfico de Cattell (CATTEL, 1966).

FIGURA 11: Peso dos autovalores, segundo o Critério Gráfico de Cattell



Analisando a TABELA 5, conforme o Critério de Kaizer, cujo $\bar{\lambda} = 27.537,28$, seria necessário utilizar na análise de confiabilidade os três primeiros componentes principais, pois eles explicam 84,68% da variação total dos dados. O mesmo acontece com o Critério Gráfico de Cattell (CATTEL, 1966), em que a curva estabiliza a partir do quarto componente principal. Analisando a TABELA 7 e a FIGURA 11, constata-se que os três primeiros componentes principais estão acima da média dos autovalores que é de 27.537,28. Mas fica bem claro que o primeiro componente se destaca em relação aos demais, o que será comprovado no item (5.3.1).

5.3 Análise multivariada dos componentes principais

5.3.1 Correlação entre as peças originais e os componentes principais selecionados

TABELA 7: Correlação entre as peças originais e os três componentes selecionados

		Componentes Principais		
		CP ₁	CP ₂	CP ₃
Peças Originais	G01B	0,987*	-0,028*	-0,088*
	G01C	0,764*	0,211*	-0,055*
	G02B	0,428*	-0,124*	0,671*
	G02E	0,593*	-0,369*	0,413*
	G03A	0,768*	0,394*	-0,149*
	G04A	0,987*	-0,028*	-0,088*
	G05A	0,980*	-0,012*	-0,032*
	G05C	0,987*	-0,028*	-0,088*
	G06A	0,904*	-0,160*	0,035*
	G08B	0,786*	-0,243*	0,366*
	G08C	0,882*	-0,093*	-0,036*
	G09B	0,448*	0,200*	0,650*
	G09C	0,880*	-0,227*	-0,021*
	G10A	0,515*	0,801*	0,197*
	G11C	0,987*	-0,028*	-0,088*
	G13B	0,939*	0,130*	-0,103*
	G14B	0,829*	-0,150*	-0,340*
	G15A	0,860*	-0,084*	-0,382*

* correlação altamente significativa ($p < 0,01$)

* correlação significativa ($p < 0,05$)

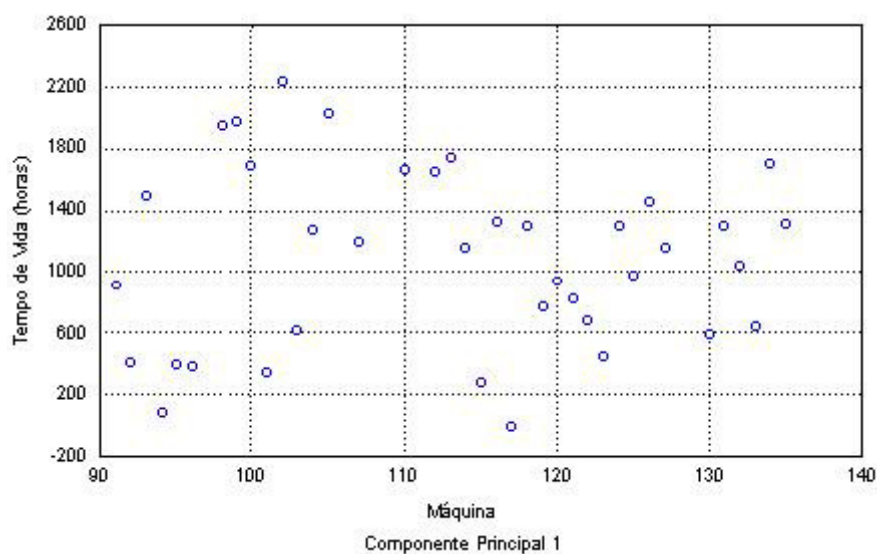
* correlação não-significativa ($p > 0,05$)

Analisando a tabela acima, observa-se que o primeiro componente principal (CP₁) correlaciona-se fortemente com quase todos os tempos de vida das peças que o geraram, a única exceção é a peça G9B, mas não deixa de ter uma correlação significativa. Isso reforça o princípio de que, para analisar o tempo de vida do equipamento, basta analisar o 1º componente principal, pois o mesmo é expressivo tanto quanto a sua absorção da variabilidade dos dados originais (68,16%) e quanto sua correlação com o tempo de vida das peças originais.

5.3.2 Análise do primeiro componente principal

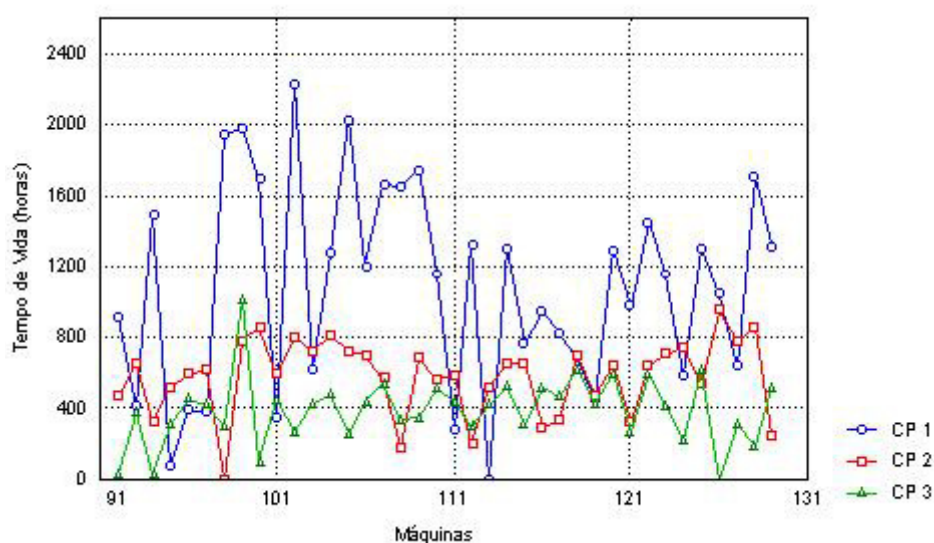
As FIGURAS 12 e 13 representam o comportamento do tempo de vida para o primeiro componente principal, lembrando-se que as máquinas foram numeradas na pesquisa de 91 a 135, ficando de fora da análise a 97, 106, 108, 109, 111, 128 e 129.

FIGURA 12: Tempo de vida do primeiro componente principal



Uma outra forma de verificar a eficiência do primeiro componente principal é comparar a variação dos tempos de vida de seus elementos com os dois outros componentes, como mostra a FIGURA 13.

FIGURA 13: Gráfico comparativo para os tempos de vida dos componentes principais



Analisando a FIGURA 13, observa-se que os comportamentos dos componentes principais são bem diferenciados quanto a sua variabilidade, ou seja, o primeiro componente, por estar altamente correlacionado com quase todas as variáveis tem o comportamento bastante oscilante; isso não acontece com o segundo e o terceiro. Essa variação será melhor visualizada na tabela a seguir através da análise do coeficiente de variação.

TABELA 8: Medidas descritivas para os primeiros componentes principais

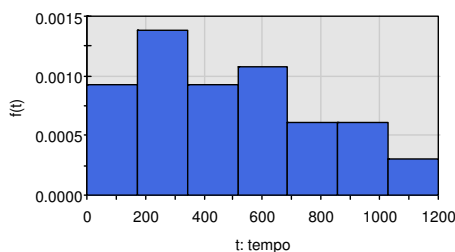
Componente	Média	Desvio Padrão	Coeficiente de Variação
CP ₁	1087,631	581,2302	53,44%
CP ₂	580,5061	212,9133	36,68%
CP ₃	393,619	190,8828	48,49%

Analisando a tabela acima, pode-se constatar que o coeficiente de variação do primeiro componente principal é maior que o dos demais, logo ele tem uma variação mais expressiva; em consequência, ele absorve mais a variação dos dados que o geraram.

Para analisar o primeiro componente principal, quanto a sua confiabilidade, devem-se utilizar os seguintes procedimentos:

1º) determinar a função densidade de falha $f(t)$ para o componente principal;

FIGURA 14: Função densidade de falha $f(t)$ para o primeiro componente principal



Componente Principal 1

2º) ajustar um modelo de confiabilidade ao componente principal

Os modelos utilizados para o ajuste foram: Exponencial, Weibull, Gamma, Log-normal e Normal. Para estimar os parâmetros do modelo, utilizou-se o método de Máxima Verossimilhança com um acompanhamento do método de Mínimos Quadrados. Esse procedimento foi utilizado por LAWSON & MEADE (1998).

a) Parâmetros estimados para os modelos ajustados

TABELA 9: Parâmetros estimados para os modelos

Modelo	Parâmetros			
	λ	MTTF	Escala	Forma
Exponencial	0,0021	485,5079	---	---
Weibull	---	482,3381	$\hat{\alpha} = 540,5091$	$\hat{\delta} = 1,5885$
Gamma	---	492,4980	$\hat{\alpha} = 265,6253$	$\hat{\delta} = 1,8541$
	---	MTTF	Média	Variância
Log-normal	---	519,3397	$\hat{\mu}_{\log} = 5,9140$	$\sigma_{\log}^2 = 0,6772$
Normal	---	485,5079	$\hat{\mu}_{\log} = 485,5079$	$\sigma_{\log}^2 = 95739,87$

b) Teste de aderência para os modelos de confiabilidade

Para realizar o teste de aderência, aplicou-se o Teste Qui-quadrado e o Teste de Kolmogorov-Smirnov com as seguintes hipóteses:

H_0 : Os dados se ajustam segundo uma distribuição de probabilidade

H_1 : Os dados não se ajustam segundo uma distribuição de probabilidade

TABELA 10: Teste de aderência para os modelos

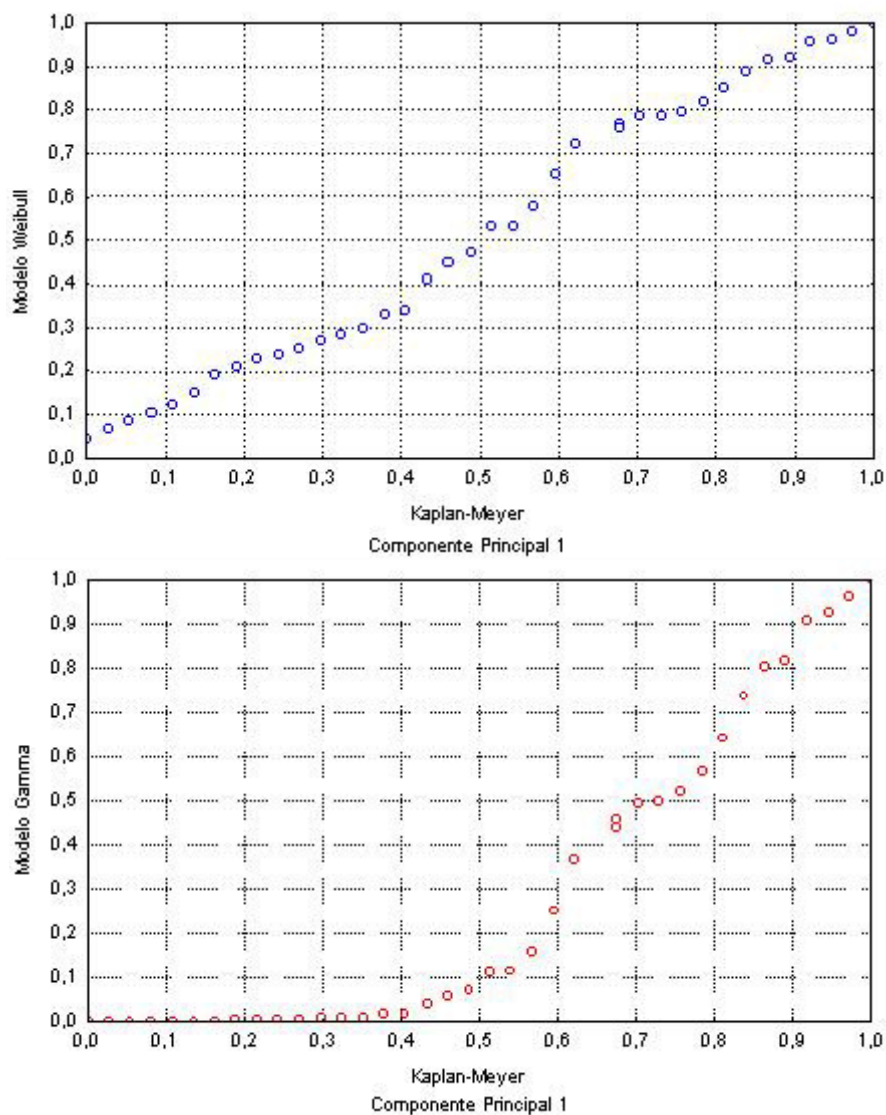
Modelo	Teste Qui-quadrado			Teste de Kolmogorov-Smirnov	
	χ^2_{cal}	χ^2_{tab}	p	Teste KS	p
Exponencial	9,30	1,88	0,0976	0,1480	0,0350
Weibull	1,85		0,7442	0,1103	0,1890
Gamma	2,84		0,5855	0,1166	0,2064
Log-normal	6,46		0,167	0,1443	0,0446
Normal	3,85		0,4268	0,1780	0,0038

Analisando a TABELA 10, pode-se observar que os modelos que melhor se ajustaram aos dados do primeiro componente principal foram os modelos Weibull e Gamma; para determinar qual o melhor modelo, serão utilizados o gráfico de dispersão e o coeficiente de explicação.

O gráfico de dispersão (i) será construído para o modelo não-paramétrico Kaplan-Meier com o modelo de probabilidade que melhor se ajustou aos dados (FIGURA 15). Logo em seguida, será determinado o coeficiente de explicação ajustado para os modelos (ii).

i) Gráfico de dispersão

FIGURA 15: Kaplan-Meier x Modelo Weibull/Gamma para o primeiro componente principal



ii) Função de confiabilidade

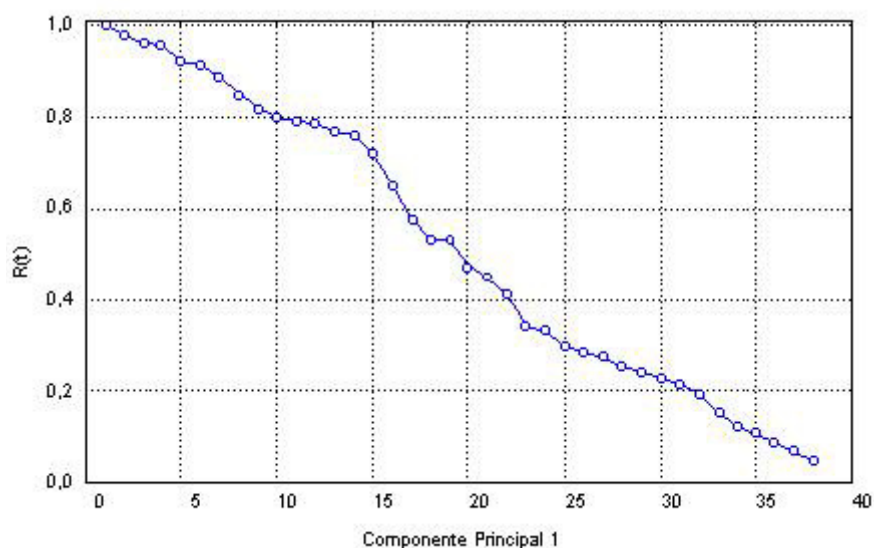
TABELA 11: Função de confiabilidade Weibull/Gamma para o primeiro componente principal e seus respectivos coeficientes de explicação

Modelo	Função	R^2	$R^2_{adj.}$	Teste F
Weibull	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{540,5091}\right)^{1,5885}}$	0,82204	0,81723	1782,51
Gamma	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{265,6253}\right)^{1,8541}}$	0,79962	0,79420	1353,24

Analisando a FIGURA 15, observa-se que o modelo Weibull ajustou-se melhor que o modelo Gama, pois ele se aproxima mais da bissetriz do primeiro quadrante. Já na TABELA 11 observa-se que o modelo Weibull é mais robusto que o modelo Gamma, pois seu coeficiente de explicação é maior que o do modelo Gamma.

c) Gráfico da função de confiabilidade, usando o modelo Weibull para os componentes principais

FIGURA 16: Função de confiabilidade para o primeiro componente principal



Na tabela a seguir, far-se-á uma interpretação da função de confiabilidade para o primeiro componente principal, usando três percentis.

TABELA 12: Confiabilidade para os percentis 10, 50 e 90 para o primeiro componente principal

Componentes Principais	P ₁₀		P ₅₀		P ₉₀	
	Tempo	R(t)	Tempo	R(t)	Tempo	R(t)
CP ₁	112,1986	0,92100	413,5829	0,52014	887,9546	0,11078

Analisando a TABELA 12 em 112 horas de funcionamento do equipamento, a sua confiabilidade fica em torno de 92,1%, enquanto que em 888 horas ela cai para 11,1%.

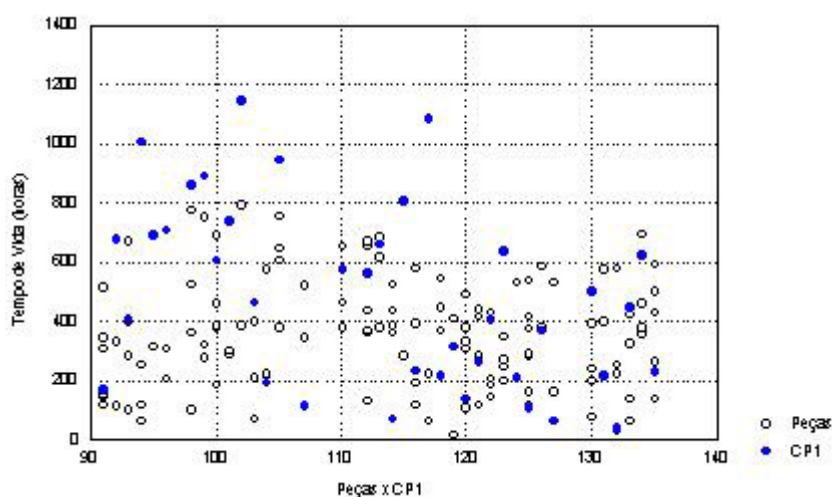
5.4 Comparação da metodologia proposta com a metodologia univariada

5.4.1 Metodologia proposta e a metodologia univariada tradicional

Para comparar a metodologia proposta com a metodologia univariada tradicional (ANEXOS 1 a 4) utilizar-se-ão de gráficos e tabelas comparativos.

- Gráfico de dispersão do tempo de vida do primeiro componente principal e o tempo de vida das peças originais.

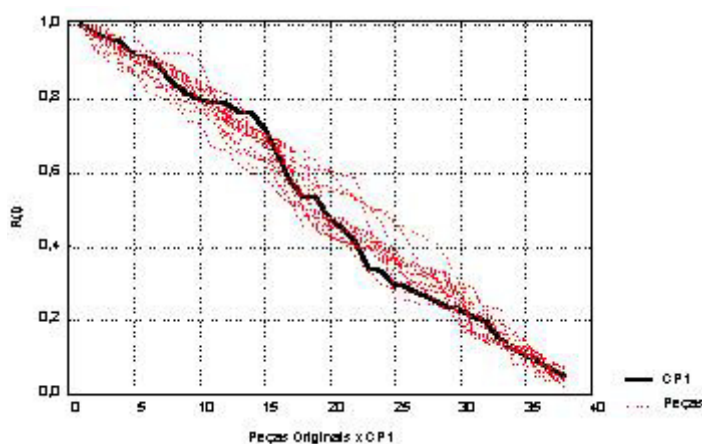
FIGURA 17: Gráfico de dispersão comparativo do tempo de vida do primeiro componente principal e das peças originais



Analisando a FIGURA 17, observa-se que o 1º componente representou muito bem a variabilidade do tempo de vida das peças originais; isso pode ter acontecido em função da forte correlação desse componente com as variáveis originais.

A FIGURA 18 compara as confiabilidades do primeiro componente principal com as das peças originais.

FIGURA 18: Relação da confiabilidade do primeiro componente principal com a das peças originais



Observando a FIGURA 18, verifica-se que o primeiro componente principal acompanha a nuvem gerada pela confiabilidade das peças originais. Para melhor analisar e comparar o comportamento das curvas, determinou-se a confiabilidade para os percentis 10, 50 e 90, como mostra a tabela a seguir:

TABELA 13: Confiabilidade para os percentis 10, 50 e 90 para as peças originais e o primeiro componente principal

Peças e CP's	P ₁₀		P ₅₀		P ₉₀	
	Tempo	R(t)	Tempo	R(t)	Tempo	R(t)
G1B	302,5286	0,91922	519,467	0,50990	685,245	0,14170
G1C	286,0411	0,86928	403,449	0,65153	695,990	0,08034
G2B	151,5276	0,92340	346,2857	0,50960	532,000	0,12949
G2E	257,0504	0,87406	383,9508	0,61197	583,956	0,14972
G3A	229,2946	0,87896	446,89	0,57892	689,895	0,09046
G4A	302,5286	0,91922	519,467	0,50990	685,245	0,14170
G5A	304,8024	0,90900	514,3722	0,50994	696,000	0,12450
G5C	302,5286	0,91922	519,467	0,50990	685,245	0,14170
G6A	298,6292	0,90904	503,3912	0,54010	778,543	0,03199
G8B	136,8122	0,96882	380,7031	0,45923	674,239	0,13399
G8C	248,5634	0,90471	426,50827	0,61106	695,935	0,12386
G9B	254,1881	0,87935	381,9446	0,56401	534,265	0,14063
G9C	252,7952	0,92116	491,875	0,49142	690,550	0,11840
G10A	156,3919	0,88242	340,1439	0,56009	631,231	0,14032
G11C	302,5286	0,91922	519,467	0,50990	685,245	0,14170
G13B	299,0782	0,91009	512,0713	0,49076	691,254	0,11083
G14B	255,0897	0,92025	493,5637	0,49037	689,957	0,11997
G15A	287,0828	0,90100	440,7224	0,63087	691,873	0,11085
Média das $R_{X_i}(t)$	---	0,907135	---	0,541082	---	0,120674
D.p. das $R_{X_i}(t)$	---	0,023316	---	0,054069	---	0,028166
CP ₁	112,1986	0,92100	413,5829	0,52014	887,9546	0,11078
Diferenças das $R_i(t)$						
$R_{CP_1}(t) - \bar{R}_{X_i}(t)$	0,01387		-0,02094		-0,00989	

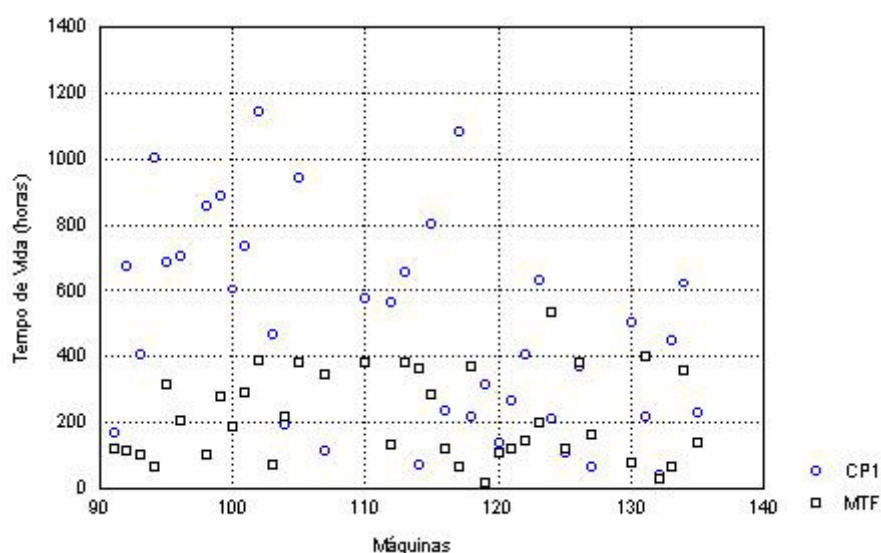
Analisando a TABELA 13, observa-se que a diferença entre a confiabilidade do componente principal e a média das confiabilidades das peças originais para os 3 percentis pode ser dita muito pequena, ou seja, encontra-se na faixa de -0,2% a 0,1%.

5.4.2 Metodologia proposta e a metodologia do menor tempo de falha (MTF)

Para comparar a metodologia proposta (multivariada) com a metodologia univariada do menor tempo de falha dever-se-iam utilizar os mesmos procedimentos do item (5.4.1), mas, infelizmente, para o MTF não foi possível estimar uma distribuição de probabilidade para determinar a confiabilidade para essa metodologia (ANEXO 6).

Para questão de ilustração mostrar-se-á o gráfico de dispersão comparativo do tempo de vida dos componentes principais e o tempo de vida para o MTF.

FIGURA 19: Gráfico comparativo do tempo de vida do primeiro componente principal com o menor tempo de falha



Observa-se que, por menores que sejam os tempos para o MTF, o primeiro componente principal consegue absorver informações muito próximas a eles; isso se deve à forte correlação dele com o tempo de vida das peças originais.

5.5 Síntese do capítulo

Neste capítulo apresentou-se uma aplicação utilizando a metodologia proposta, que logo após foi comparada com as metodologias univariada (peça a peça) e MTF (menor tempo de falha). Observou-se que a metodologia foi muito eficiente, no que se refere à comparação da confiabilidade do primeiro componente principal com a confiabilidade das peças que o geraram, e quanto à comparação com o MTF, não se pôde chegar a um resultado concreto, pois para essa variável não se conseguiu determinar um modelo de confiabilidade significativo; logo comparou-se apenas o comportamento da variabilidade dos dados.

6 CONCLUSÃO

6.1 Análise de custos na aplicação da metodologia

Preocupar-se com a qualidade de um produto não é recente, isso começou desde os primórdios da era industrial; o que se tornou recente é a preocupação com o processo, não só o processo de fabricação, mas também com todos os processos de que a empresa lança mão para atender e satisfazer o consumidor. Essa preocupação denomina-se Controle da Qualidade Total (CQT). Até chegar-se aos conceitos de CQT o caminho foi longo, sendo indispensável a contribuição de muitos estudiosos e profissionais do assunto.

GARVIN (1992), em sua obra, não definiu qualidade, mas propôs abordagens às visões da qualidade. Segundo ele, Shewart, Ishikawa e Feigenbaum foram os principais estudiosos que enfocaram a visão do valor que define a qualidade em termos de custos e preços. Toda empresa que visa à melhoria da qualidade de seus produtos, tende a adotar essa visão, na qual preocupação maior é com a adequação de custos e preços, em que o preço também vem a ser um indicador de qualidade, pois de nada adianta fabricar um produto de ótima qualidade se não houver consumidores dispostos a comprá-lo.

A problemática da mensuração da qualidade torna-se relevante, quando se passa a associar seus conceitos aos de Produtividade e de Lucratividade. A análise do resultado das decisões passadas, principalmente nos momentos das definições do projeto do produto, que repercutem em seu atual ciclo de vida, norteará o planejamento da estratégia a ser adotada na futura gestão dos custos associados ao ciclo de vida e à qualidade do produto. Desse modo devem-se encontrar soluções para viabilizar, em termos operacionais, a geração de informações sistemáticas a respeito do Custo da Qualidade, que vem a ser a única medida válida para a Gestão da Qualidade, e se constitui em um dos elementos fundamentais da Gestão Estratégica da Empresa (CROSBY, 1979).

Tornar um produto mais confiável é conhecer o ciclo de vida dos seus componentes. Conhecendo o ciclo de vida, poder-se-á definir a confiabilidade do produto. A análise do ciclo de vida de um produto assume nos dias atuais, aspectos de grande relevância, pois os produtos apresentam um ciclo de vida bem mais curto do que aquele apresentado há alguns poucos anos atrás. Esse fato causa extrema preocupação para os empresários. Os custos relacionados ao ciclo de vida dos produtos, segundo ROBLES (1994), referem-se a todos os gastos com o produto e serviços, desde o surgimento da idéia de lançamento de um novo produto, passando pelos gastos de pesquisa, análise de confiabilidade, concepção, projeto, desenvolvimento, protótipo, produção em linha, pesquisa de mercado, lançamento, distribuição, serviços ao cliente, garantia, aperfeiçoamento, relançamento, campanhas de marketing, retirada de linha e principalmente a manutenção para o período pós-retirada do produto.

Os sistemas de custo normalmente enfocam parte do ciclo de vida do produto. Não se tem conhecimento de que um sistema de custos tenha em seu escopo a acumulação e o fornecimento de relatórios gerenciais periódicos a respeito dos custos do ciclo de vida de um produto. De acordo com BLANCHARD (1978), em função das atuais situações econômicas, limitações orçamentárias, inflações crescentes e outras causas citadas a seguir têm chamado a atenção para determinar o custo do ciclo de vida de um produto.

- Alteração no esquema e cronograma de produção;
- falta de precisão das estimativas iniciais, devido a alterações no suporte logístico da capacidade de determinado processo satisfazer a determinada especificação de projeto do produto;
- alterações de engenharia desde o projeto e desenvolvimento de um produto, principalmente visando ao aumento do desempenho e sofisticação.

O ciclo de vida pode ser analisado sob dois pontos de vista: do ângulo do consumidor do produto e do ângulo do fabricante. A associação de custos a esses conceitos possibilita análises e tomadas de decisões.

No Controle de Qualidade Total, a idéia de consumidor não está restrita ao comprador final do produto, pois consideram-se consumidores outros setores da linha de montagem que irão executar outras operações de fabricação do produto. Essa visão traz mudanças comportamentais nas relações dentro da empresa. A necessidade de comunicação torna-se, mais do que nunca, premente, principalmente em virtude da tendência das empresas a eliminar a figura do inspetor de produção, que nada mais é do que um fiador da produção.

Os custos que não acrescentam valor devem ser encarados como desperdício e como tal devem ser eliminados. Por essa definição, estocar parte de um componente, realizar inspeções rotineiras, obter perdas durante o processo, atender garantias, tudo que gera um reprocessamento são formas de desperdício (NAKAGAWA, 1991).

A metodologia proposta evita indiretamente que ocorram alguns tipos de desperdícios, como inspeção durante a montagem e perdas por falha de algum componente, pois a confiabilidade do equipamento é feita antes do lançamento do produto, podendo ser em campo de prova interno ou externo, e pelos testes realizados determinam-se quais peças deverão passar por uma correção de estrutura. Depois disso, pode-se afirmar quanto o equipamento é confiável.

As atividades que não acrescentam valor normalmente incluem aquelas atividades consideradas como “meio” e também algumas atividades “fim”. As atividades de apoio (meio) podem ser melhoradas, através de novos métodos, e até mesmo lançando mão de recursos de informática, que abreviam a coleta de dados e trazem maior confiabilidade às informações processadas. Portanto, os custos com atividades que não adicionam valor, se não podem ser eliminados, devem ser reduzidos de todas as formas possíveis (ROBLES, 1994).

Uma outra ferramenta importante que deve auxiliar uma empresa na tomada de decisão quanto à melhoria de qualidade de seus produtos é saber mensurar os custos da qualidade através da implantação de um sistema de custos de qualidade, que tem por finalidade avaliar quais são os custos do controle (prevenção e avaliação) e quais os custos das falhas dos controles (falhas internas e falhas

externas). A análise de confiabilidade se enquadra nos custos das falhas internas (no que se refere aos custos decorrentes das atividades de detecção das falhas antes do encaminhamento do produto ao consumidor) e nos custos das falhas externas (no que se refere às atividades de correção dos defeitos constatados pelo consumidor).

O sistema de custos deverá apontar à administração da empresa a perda na eficiência de produtividade, pois na produção em grande escala, o que se pretende é gerar produtos finais com o menor custo possível. Nos casos em que ocorram falhas internas e externas, os produtos deixarão de ter credibilidade da parte do consumidor; em consequência, será de baixa confiabilidade, isso poderá acarretar a troca de produto ou a troca de fabricante.

A estratégia que poderá ser adotada na STIHL é que, no instante em que se realizar um teste e ele apresentar falhas, concluir-se-á que o equipamento não apresenta a confiabilidade desejada. Logo, terão que ser adotadas algumas medidas preventivas para as falhas internas, tais como ajuste na dimensão da peça, mudança no material empregado, verificação sobre a correta instalação da peça. Será preciso questionar se a peça foi devidamente lubrificada e verificar a probabilidade de a falha ocorrer novamente, pois, segundo CAMPANELLA (1999), para cada falha, sempre teremos que encontrar uma causa. As causas, nesse caso, poderão ser evitadas; conseqüentemente, prevenir falhas reduz custos.

A análise de confiabilidade atua em duas etapas da análise do custo do produto: 1^a) antes do lançamento do produto, quando falhas imprevistas poderão acontecer e, conseqüentemente, devem ser tomadas medidas preventivas. Nessa etapa, os custos com a análise de confiabilidade já devem ser previamente estipulados pelos projetistas da empresa. 2^a) Após as medidas preventivas, quando as peças serão avaliadas durante um tempo pré-determinado pelo setor de confiabilidade, a fim de que se possa determinar a confiabilidade do equipamento e, em seguida, lançá-lo no mercado.

A metodologia proposta irá atuar na segunda etapa, como sendo uma atividade de apoio melhorada, pois ela tem a finalidade de determinar a confiabilidade do produto sem que seja preciso estudar o ciclo de vida de todas as

peças que o compõem. A metodologia trará benefícios no que se refere ao uso de novos recursos estatísticos e computacionais, terá custos de implantação somente na parte de treinamento, mas os mesmos poderão ser diluídos no prazo de garantia do produto, pois um produto confiável terá uma garantia com baixa reposição de peças, lembrando que, após o produto ser adquirido se houver desgaste natural das peças, isso não se enquadrará na garantia do produto.

6.2 Discussões finais

No estudo de caso (capítulo 5), a metodologia alcançou o objetivo proposto, ou seja, reduziu de 80 peças inicialmente analisadas para apenas 3 variáveis (componentes principais), resultante da combinação linear das 18 peças representativas para o sistema. Adicionalmente, chegou-se à conclusão de que bastaria utilizar apenas o primeiro componente principal para estudar a confiabilidade e o tempo médio de falha do equipamento, devido à excelente absorção da variabilidade do tempo de vida das peças originais e em função da sua correlação significativa com as mesmas. É importante lembrar que, em outros ensaios, não necessariamente isso acontecerá, pois cada caso é um caso, e sempre que se estiver trabalhando com sistemas complexos é fundamental haver antes de tudo um estudo de quais técnicas multivariadas poderão ser utilizadas.

Essa técnica, além de procurar determinar o grau de confiabilidade de um equipamento através do uso de modelos probabilísticos, mostra o quanto é lucrativo o uso de técnicas estatísticas, e principalmente as técnicas multivariadas, que servem como um patamar para o desenvolvimento de novas metodologias de análise de dados, mas para isso precisa-se de empresas que realizem análise de custo-benefício e que queiram maximizar lucros.

Através do uso de dados reais, foi possível destacar aspectos positivos e negativos na obtenção da confiabilidade de um equipamento, utilizando-se um procedimento multivariado. Isso é de grande interesse, quando se trata de produtos com componentes cujos desgastes, ou tempos de vida, são correlacionados.

Quanto à análise de custo-benefício, a técnica proposta poderá ser tratada como uma atividade de apoio melhorada, ou seja, uma atividade que não aumenta os custos, e sim traz uma melhora nos benefícios de implementação, pois a coleta do tempo de vida das peças é inevitável.

6.3 Conclusões

O objetivo deste trabalho foi desenvolver uma metodologia alternativa para determinar a confiabilidade de um equipamento cujo sistema de funcionamento de suas peças é multivariado, complexo e com variáveis com tempos de vida correlacionados. Em primeira instância, com o auxílio de um técnico especializado e de técnicas estatísticas, foi possível descartar variáveis sem importância no processo, principalmente aquelas que raramente falhariam e que teriam o mesmo tempo de falha que outras dentro de um mesmo grupo funcional.

Após a definição do número de variáveis, a utilização de análise de componentes principais tem por finalidade determinar novas variáveis, capazes de medir a confiabilidade do equipamento.

A metodologia proposta garante que é possível determinar a confiabilidade de um equipamento sem que se tenha que testar peça por peça ou que se use de outro tipo de artifício para tal cálculo, deixando bem claro que, para determinar a confiabilidade de um equipamento basta seguir o fluxograma proposto. Ainda se deve lembrar que análise peça a peça não determina a confiabilidade de um equipamento, e sim a confiabilidade de uma peça específica.

Com a nova metodologia, além de determinar o grau de confiabilidade de um equipamento e o tempo médio de falha através do uso de modelos probabilísticos, demonstra-se o quanto é importante o uso de técnicas multivariadas para o desenvolvimento de novas metodologias de análise de dados.

No que se refere à análise de custo-benefício, a metodologia proposta deve ser considerada uma atividade de apoio melhorada e terá custos de implantação no que se refere ao treinamento de pessoal para uso das ferramentas estatísticas, mas

estes custos serão dissolvidos no prazo de garantia do produto, em função da melhoria da confiabilidade.

6.4 Recomendações para trabalhos futuros

A aplicação da metodologia proposta será de grande utilidade para engenheiros do setor de confiabilidade de uma empresa, mas ao mesmo tempo em que ela se torna útil, aparece a possibilidade de ela ser utilizada de uma forma inadequada, principalmente pela falta de treinamento e desconhecimento por parte dos profissionais encarregados de tal procedimento. Para que isso não venha a acontecer, sugere-se uma possível automação da metodologia, através do desenvolvimento de um pacote computacional que otimize as etapas da metodologia proposta, bem como possibilite o uso das outras técnicas citadas neste estudo, fazendo com que o usuário possa comparar pelos resultados obtidos, a metodologia proposta com as já existentes.

A metodologia proposta vem a ser inovadora, principalmente quando se trata de sistemas complexos, em que a metodologia multivariada é pouca e em muitos casos inexistente. Logo, espera-se que outras empresas queiram utilizar essa técnica, e assim se possa avaliar um pouco mais a eficiência da mesma, principalmente quando se trata de um banco de dados com características diferentes do utilizado neste trabalho.

Recomenda-se também que sejam testadas outras técnicas de estatística multivariada, como lógica fuzzy, a fim de que possam também vir a contribuir e aprimorar o desenvolvimento de novas metodologias de confiabilidade multivariada, principalmente no que se refere à análise de sistemas complexos.

7 BIBLIOGRAFIA

- 1 - ANDERSON, T.W. (1958). **An introduction to multivariate statistical analysis**. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- 2 - ANSELL, J.I.; PHILLIPS, M. (1989). Pratical problems in the statistical analysis on reliability data. In: **Applied Statistics**. v. 38, n. 2, p. 205-247.
- 3 - ASENSIO, L.J. (1988). **Tecnicas de análisis de datos multidimensionales. Bases teóricas y aplicaciones em agricultura**. Madrid: Centro de Publication del ministério de agricultura pesca y alimentacion.
- 4 - BAIN, L.J.; ENGELHARDT, M. (1974). Some results on point estimation for the two-parameters Weibull or extreme value distribution. In: **Technometrics**. v. 16, n. 1, p. 49-456.
- 5 - ____ (1991). **Statistical analysis of reliability and life-testing models**. 2nd Ed. New York: Marcel Dekker. 231 p.
- 6 - BANKS, J. (1989). **Principles of quality control**. New York: John Wiley & Sons.
- 7 - BASOVSKY, I. (1961). **Reliability theory and practice**. New Jersey: Prentice Hall.
- 8 - BESTERFIELD, D.H. (1995). **Control de calidad**. Cuarta edición. Edo. De México: Prentice Hall Hispoamericana. p. 385-405.
- 9 - BLANCHARD, B.S. (1978). **Design and manage to life cycle cost**. Oregon: M/A Press, Portland.
- 10 - BORGES, W.S. (1979). Modelos probabilísticos em confiabilidade. In: **12º COLÓQUIO BRASILEIRO DE MATEMÁTICA**. Mini-curso. Rio de Janeiro.

- 11 - BORGES, W.S.; COLOSIMO, E.A.; FREITAS, M.A. (1996). Métodos estatísticos e melhoria da qualidade construindo confiabilidade em produtos. In: **12º SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA**. Mini-curso. Caxambu.
- 12 - CAMARGO, C.C.B. (1981). **Confiabilidade aplicada a sistemas de potência elétrica**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos.
- 13 - CAMPANELLA, J. (1999). **Principles of quality costs: principles, implementation and use**. American Society for Quality, Quality costs committee of the Quality Management Division.
- 14 - CATTEL, R.B. (1966). The screen test for the number of factors. In: **Multivariate Behavior Research**. v. 1, p. 245-276.
- 15 - CHANG, T. (1991). Statistical control of correlated variables. In: **45th ANNUAL QUALITY CONGRESS**. Milwaukee WI, p. 298-303.
- 16 - CLAUSING, D.; SIMPSON, B.H. (1990). Quality by design. In: **Quality Progress**. v. 23, n. 1, p. 41-44.
- 17 - COHEN, A.C.Jr. (1961). Tables for maximum likelihood estimation: singly truncated and single censored samples. In: **Technometrics**. v. 3, p. 535-541.
- 18 - ____ (1965). Maximum likelihood in the Weibull distribution based on complete and censored samples. In: **Technometrics**. v. 7, p. 683-690.
- 19 - CORDEIRO, G.M. (1992). **A teoria da verossimilhança**. In: 10º SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA. Mini-curso. Rio de Janeiro.
- 20 - CROSBY, P.B. (1979). **Qualidade é investimento**. 3. ed. Rio de Janeiro: José Olympio.
- 21 - DHILLON, B.S. (1985). **Quality control, reliability, and engineering design**. New York: Marcel Dekker, Inc.

- 22 - ELSAYED, E.A. (1992). **System Reliability Engineering**. Rutgers University, Piscataway, New Jersey, USA.
- 23 - GARVIN, D.A. (1992). Gerenciando a qualidade: a visão estratégica e competitiva. Rio de Janeiro: Qualitymark.
- 24 - GRENEWOOD, J.A.; DURAND, D. (1960). Aids for fitting the gamma distribution by maximum likelihood. In: **Technometrics**. v. 2, p. 55-65.
- 25 - HAYTER, A.J.; TSUI, K-L; (1994). Identification and quantification in multivariate quality control problems. In: **Journal of Quality Technology**. v. 26, n. 3, p. 197-208.
- 26 - HARTHER, H.L.; MOORE, A.H. (1965). Maximum likelihood estimation of the parameters of gamma and Weibull populations from complete and from censored sample. In: **Technometrics**. v. 7, n. 4, p. 639-643.
- 27 - HAWKINS, D.M. (1974). The detection of error in multivariate data using principal components. In: **Journal American Statistical Association**. v. 69, p. 340-344.
- 28 - HOTTELLING, H. (1933). Analysis of a complex of Statistical variables into principal components. In: **Journal of Educational Psychology**. v. 24, p. 417-520.
- 29 - JACKSON, J.E. (1980). Principal components and factor analysis: Part I – Principal Components. In: **Journal of Quality Technology**. v. 12, n. 4, p. 201-213.
- 30 - _____. (1981a). Principal components and factor analysis: Part II – Additional topics related to Principal Components. In: **Journal of Quality Technology**. v. 13, n. 1, p. 46-58.
- 31 - _____. (1981b). Principal components and factor analysis: Part III – What is Factor Analysis? In: **Journal of Quality Technology**. v.13, n. 2, p. 125-130.

- 32 - JACKSON, J.E.; MORRISON, R.H. (1957). Application of multivariate quality control to photographic processing. In: **Journal of the American Statistical Association**. v. 52, n. 2, p. 186-199.
- 33 - JOHNSON, R.A.; WICHERN, D.W. (1992). **Applied multivariate statistical analysis**. 3rd. Ed. New Jersey: Prentice Hall.
- 34 - KAPLAN, E.L.; MEIER, P. (1958). Nonparametric estimation from incomplete observations. In: **Journal of the American Statistical Association**, v. 53, p. 457-481.
- 35 - KOURTI, T.; Mac GREGOR, J.F. (1996). Multivariate SPC methods for process and product monitoring. In: **Journal of Quality Technology**. v. 28, n. 4, p. 409-428.
- 36 - LAWLESS, J.F. (1983). Statistical methods in reliability. In: **Technometrics**. v. 25, n. 4. p. 305-335.
- 37 - LAWSON, J.; MEADE, D. (1998). Calculating maximum likelihood estimates of reliability parameters using spreadsheets. In: **Quality Engineering**. v. 11, n. 1, p. 43-53.
- 38 - LEITCH, R.D. (1995). **Reliability analysis for engineers**. New York: Oxford University Pres. Inc.
- 39 - MARDIA, K.V.; KENT, J.T., BIBBY, J.M. (1979). **Multivariate analysis**. Londres: Academic.
- 40 - MEYER, P.L. (1982). **Probabilidade: aplicações à estatística**. São Paulo: Livros Técnicos e Científicos.
- 41 - MORRISON, D.F. (1976). **Multivariate statistical methods**. 2nd Ed. New York: McGraw Hill, 415 p.
- 42 - NAKAGAWA, M. (1991). **Gestão estratégica de custos: conceitos, sistemas e implementação**. São Paulo: Atlas.

- 43 - RAMAKUMAR, R. (1993). **Engineering reliability: Fundamentals and applications**. New Jersey: Prentice-Hall International.
- 44 - RIBEIRO, J.L.D. (1981). A engenharia da qualidade e a função de perda de Taguchi. In: **Coletânea de artigos sobre controle de qualidade e confiabilidade**. DECIV/PPGEP - UFRGS, p. 66-77.
- 45 - ROBLES JUNIOR, A. (1994). **Custos da qualidade, uma estratégia para a competição global**. São Paulo: Atlas.
- 46 - SCHNEEWEISS, H.; MATHES, H. (1995). Factor analysis and principal components. In: **Journal of Multivariate Analysis**, v. 55, p. 105-124.
- 47 - SHOOMAN, M. (1968). **Probabilistic reliability: an engineering approach**. McGraw-Hill Book Company. p. 123-152.
- 48 - SOONG, T.T. (1986). **Modelos probabilísticos em engenharia e ciências**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos.
- 49 - SOUZA, Adriano Mendonça (2000). **Monitoração e ajuste de realimentação em processos produtivos multivariados**. Florianópolis, 2000. 166 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC.
- 50 - VERDINELLI, M.A. (1980). Análise inercial em ecologia. **Tese de Doutorado**. Universidade de São Paulo.
- 51 - WANG, F.K.; CHEN, J.C. (1998). Capability index using principal components analysis. In: **Quality Engineering**. v. 11, n. 1, p. 21-27.
- 52 - WAYNE, N. (1985). Weibull analysis of reliability data with few or no failures. In: **Journal of Quality Technology**. v. 17, n. 3, p. 140-146.
- 53 - WEIBULL, W. (1954). **A statistical representation of fatigue failure in solids**. Royal Institute Technology, Stockholm.

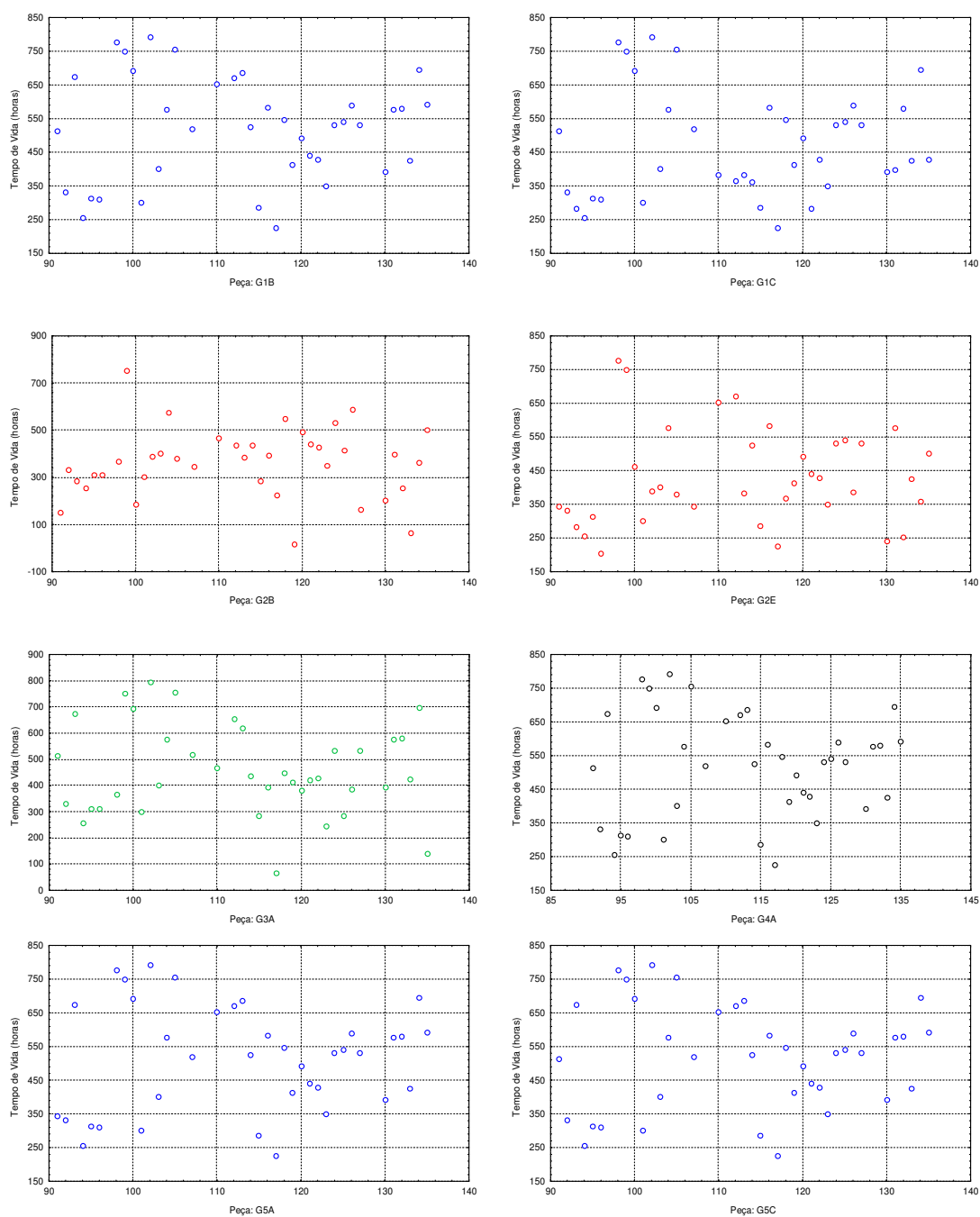
- 54 - YANG, K.; HE, Y.; XIE, W. (1994). Statistical diagnosis and analysis techniques: A multivariate statistical study for an automotive door assembly process. In: **Quality Engineering**. v. 7, n. 1, p. 1-30.
- 55 - YOUNG, R.R.; BAUER, Jr.; KENNETH, W.; SHEDDEN, J.S. (1998). Multivariate analysis and statistical process control for Steering Wheel Manufacturing. In: **Quality Engineering**. v. 10, n. 3, p. 481-489.

ANEXOS

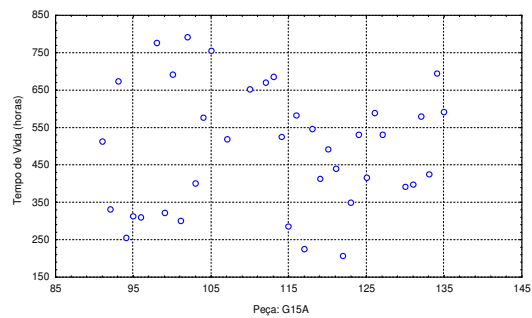
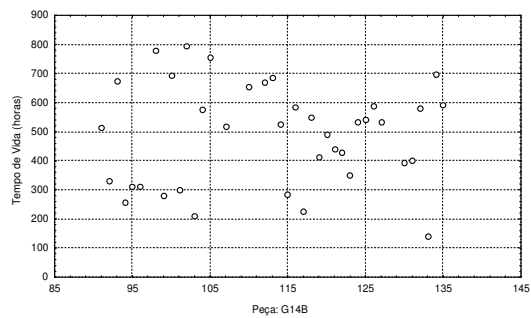
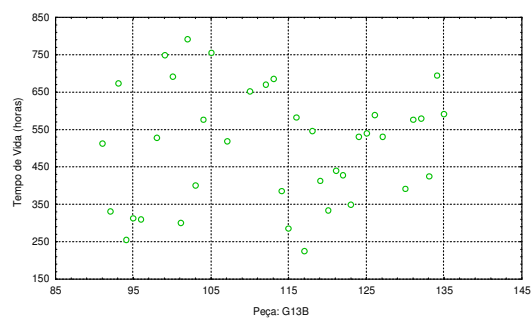
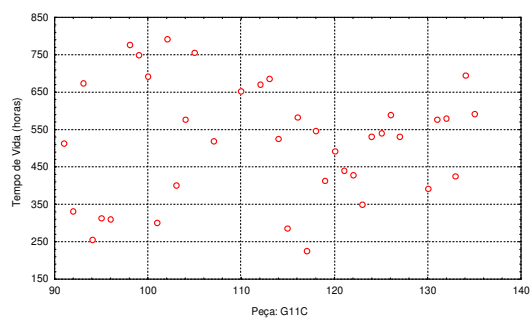
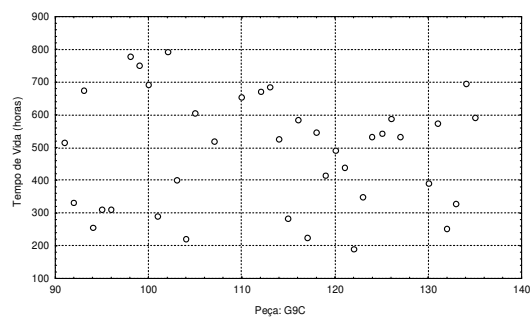
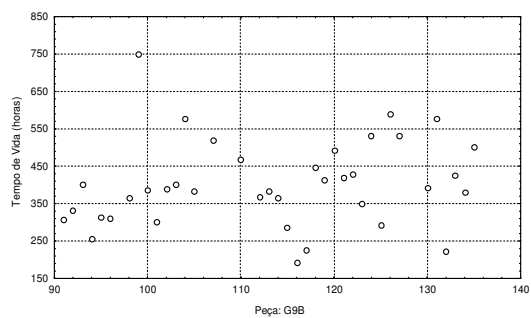
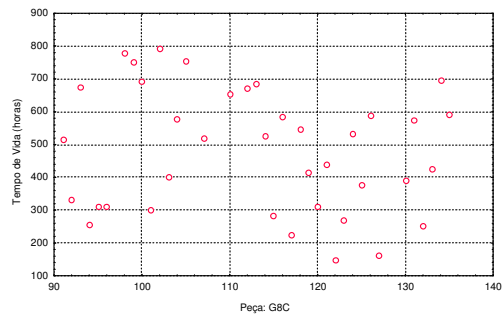
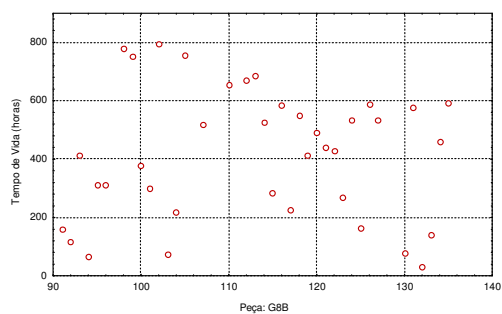
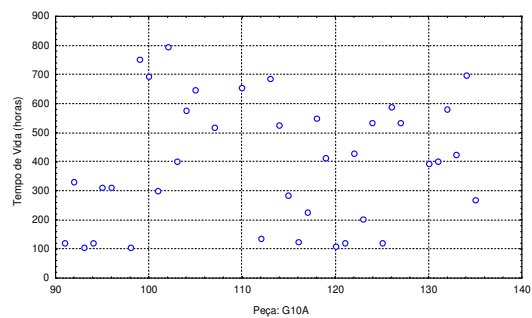
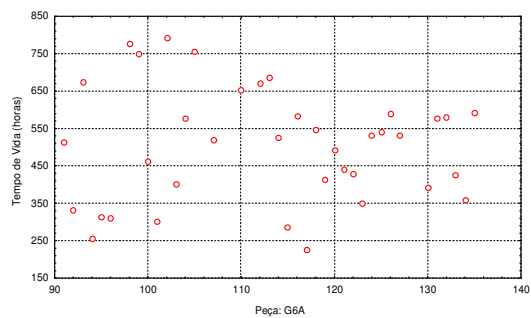
ANEXO 1

TEMPO DE VIDA DAS PEÇAS ORIGINAIS

FIGURA 20: Tempo de vida das peças originais



continuação...



ANEXO 2

PARÂMETROS ESTIMADOS PARA O MODELO WEIBULL

Vale a pena ressaltar que o modelo Weibull foi o modelo que melhor se ajustou ao tempo de vida de todas as peças do sistema.

TABELA 14: Parâmetros estimados para o modelo Weibull para o tempo de vida das peças originais

Peça	Parâmetros		
	MTTF	Escala	Forma
G1B	517,5675	$\hat{\alpha} = 575,6932$	$\hat{\delta} = 3,8455$
G1C	466,127	$\hat{\alpha} = 523,6445$	$\hat{\delta} = 3,2505$
G2B	355,9259	$\hat{\alpha} = 403,2886$	$\hat{\delta} = 2,5835$
G2E	425,8781	$\hat{\alpha} = 478,6617$	$\hat{\delta} = 3,2255$
G3A	456,2428	$\hat{\alpha} = 511,4145$	$\hat{\delta} = 2,9285$
G4A	517,5675	$\hat{\alpha} = 575,6932$	$\hat{\delta} = 3,8455$
G5A	513,1787	$\hat{\alpha} = 403,2886$	$\hat{\delta} = 2,5835$
G5C	517,5675	$\hat{\alpha} = 575,6932$	$\hat{\delta} = 3,8455$
G6A	502,172	$\hat{\alpha} = 559,5464$	$\hat{\delta} = 3,7425$
G8B	412,7662	$\hat{\alpha} = 467,7662$	$\hat{\delta} = 1,9095$
G8C	480,7001	$\hat{\alpha} = 542,2030$	$\hat{\delta} = 2,9505$
G9B	398,3665	$\hat{\alpha} = 444,6219$	$\hat{\delta} = 3,6685$
G9C	486,7656	$\hat{\alpha} = 546,5829$	$\hat{\delta} = 3,2415$
G10A	394,9911	$\hat{\alpha} = 448,3993$	$\hat{\delta} = 1,9735$
G11C	517,5675	$\hat{\alpha} = 575,6932$	$\hat{\delta} = 3,8455$
G13B	503,2352	$\hat{\alpha} = 560,5206$	$\hat{\delta} = 3,7605$
G14B	487,9149	$\hat{\alpha} = 547,7058$	$\hat{\delta} = 3,2555$
G15A	492,5256	$\hat{\alpha} = 551,1530$	$\hat{\delta} = 3,4665$

ANEXO 3

FUNÇÃO DE CONFIABILIDADE PARA O MODELO WEIBULL

TABELA 15: Função de confiabilidade Weibull para o tempo de vida das peças originais e seus respectivos coeficientes de explicação

Peça	Função	R^2	$R^2_{adj.}$	Teste F
G1B	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{517,5625}\right)^{3,8455}}$	0,84537	0,84119	1935,06
G1C	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{523,6445}\right)^{3,25055}}$	0,89871	0,89597	749,575
G2B	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{403,2886}\right)^{2,5835}}$	0,74621	0,73935	1271,01
G2E	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{478,6617}\right)^{3,2255}}$	0,94663	0,94519	843,478
G3A	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{511,4145}\right)^{2,9285}}$	0,83895	0,83460	1743,56
G4A	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{575,6932}\right)^{3,8455}}$	0,84537	0,84119	1937,06
G5A	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{403,2886}\right)^{2,5835}}$	0,74621	0,73935	1271,01
G5C	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{575,6932}\right)^{3,8455}}$	0,84537	0,84119	1937,06
G6A	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{559,5464}\right)^{3,7425}}$	0,87840	0,87511	1813,87
G8B	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{467,7662}\right)^{1,9095}}$	0,74216	0,73519	1391,28
G8C	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{542,2030}\right)^{2,9505}}$	0,79783	0,79236	1402,56
G9B	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{444,6219}\right)^{3,6685}}$	0,77863	0,77265	603,021
G9C	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{546,5829}\right)^{3,2415}}$	0,83886	0,83447	1334,76

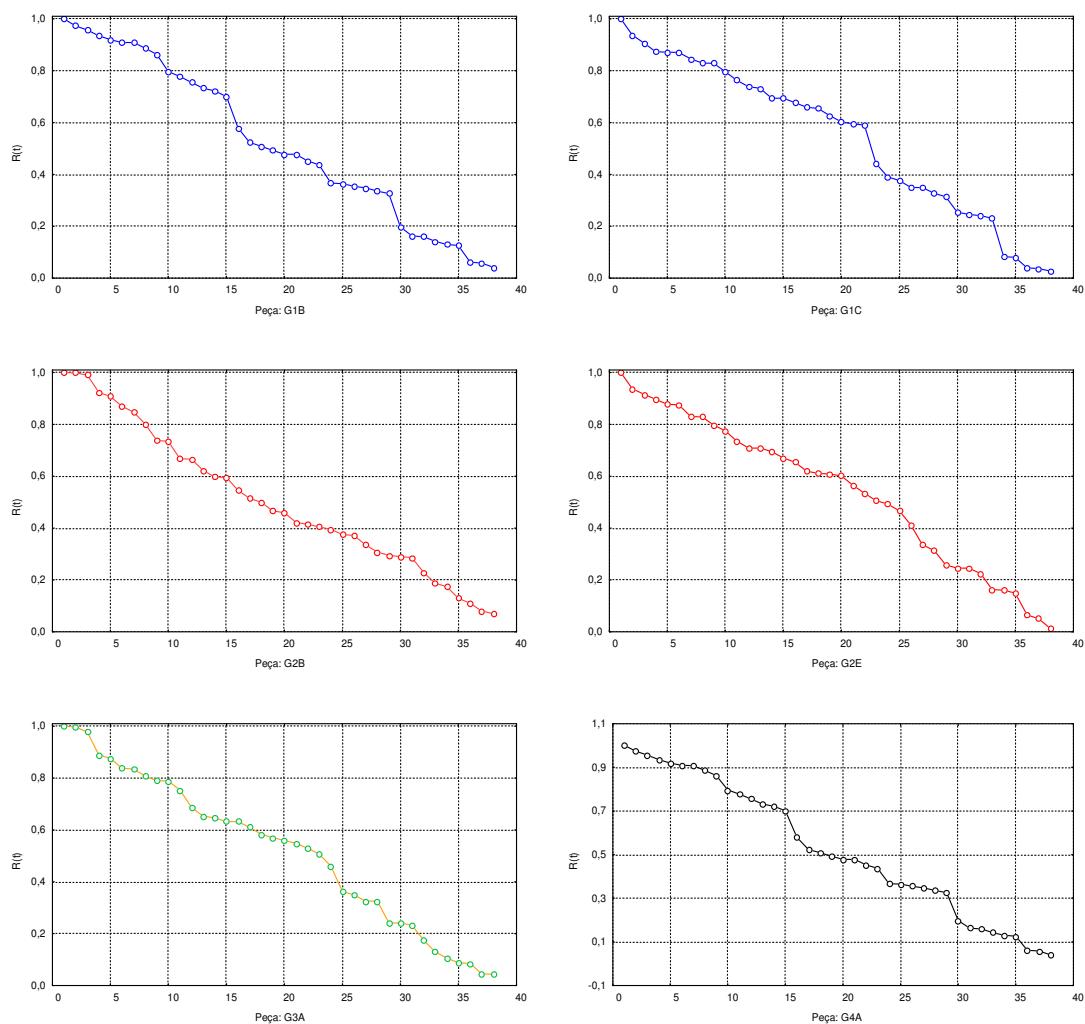
continuação...

Peça	Função	R^2	$R^2_{adj.}$	Teste F
G10A	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{448,3993}\right)^{1,9735}}$	0,77071	0,76430	1142,50
G11C	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{575,6932}\right)^{3,8455}}$	0,84537	0,84119	1937,06
G13B	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{560,5206}\right)^{3,7605}}$	0,82930	0,82469	1431,81
G14B	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{547,7058}\right)^{3,2555}}$	0,83798	0,83360	1747,94
G15A	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{551,1530}\right)^{3,4665}}$	0,86215	0,85842	1681,94

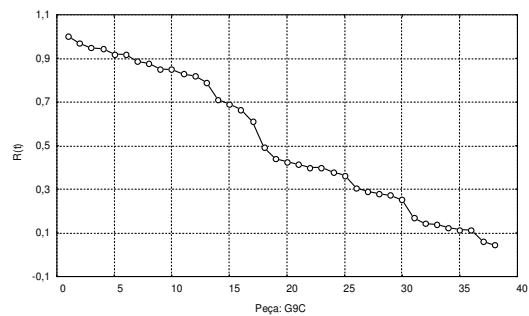
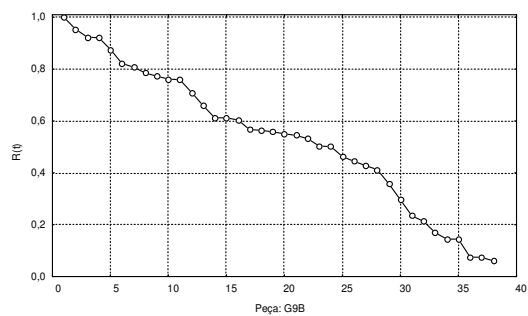
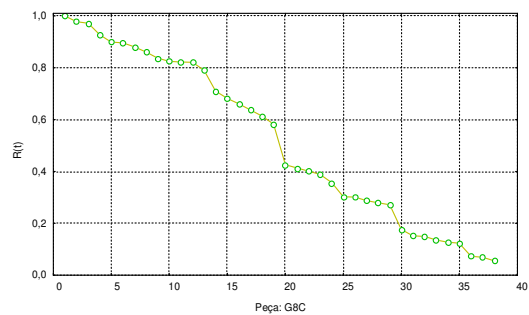
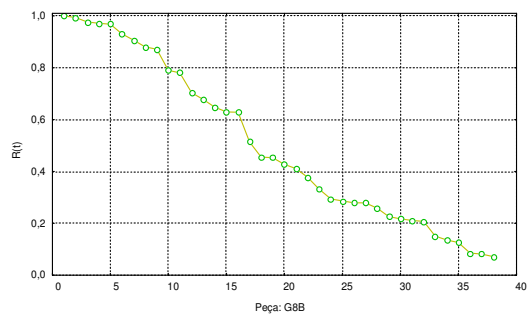
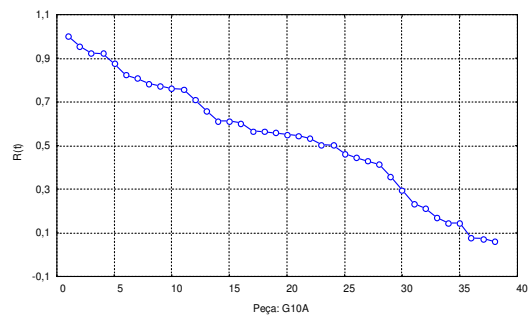
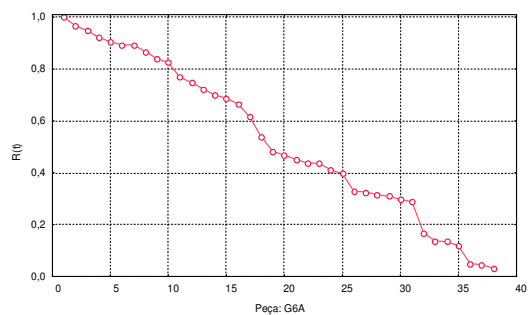
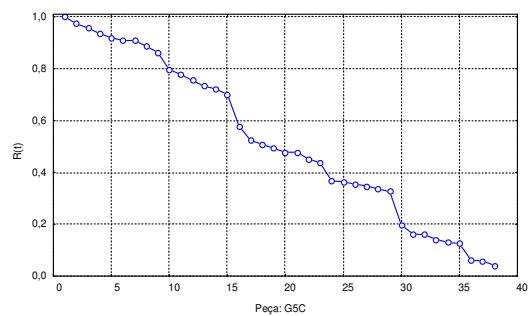
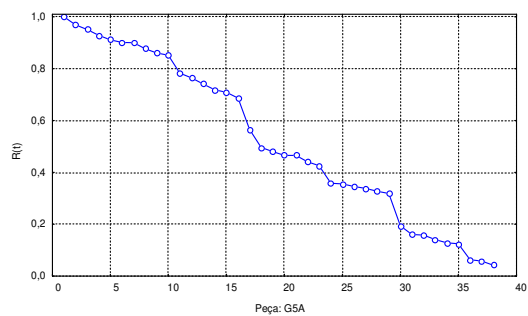
ANEXO 4

GRÁFICO DA FUNÇÃO DE CONFIABILIDADE USANDO O MODELO WEIBULL

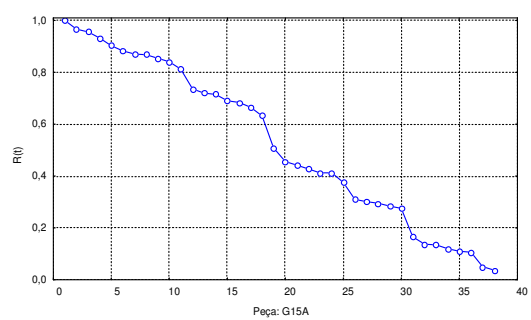
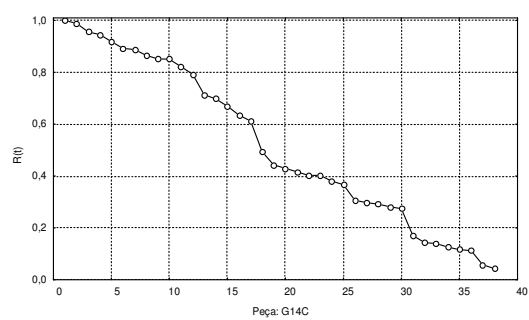
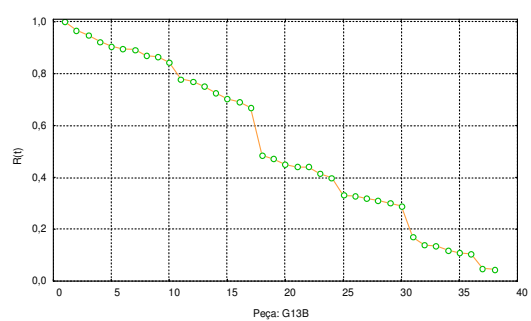
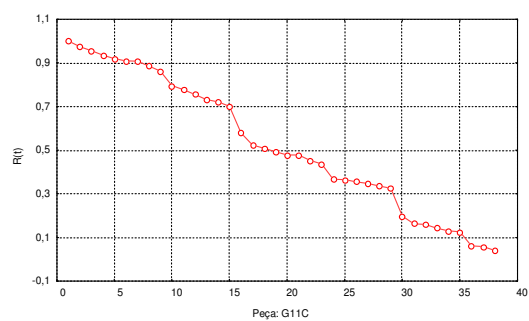
FIGURA 21: Função de confiabilidade Weibull para o tempo de vida das peças originais



continuação...



continuação...



ANEXO 5

MATRIZ DE CORRELAÇÃO DAS 33 PEÇAS SELECIONADAS

TABELA 16: Matriz de correlação* das 33 peças selecionadas

	G1A	G1B	G1C	G2A	G2B	G2C	G2D	G2E	G3A	G3B	G4A	G4B	G4C
G1A	1,0000												
G1B	0,2108	1,0000											
G1C	0,2218	0,7693	1,0000										
G2A	0,0185	-0,0660	0,0410	1,0000									
G2B	0,0770	0,3823	0,2830	0,2609	1,0000								
G2C	0,2939	-0,0772	-0,1606	0,2654	0,2857	1,0000							
G2D	0,2392	-0,0483	-0,0432	0,4142	0,4924	0,7803	1,0000						
G2E	0,2217	0,5910	0,4427	0,1723	0,4881	0,4482	0,4386	1,0000					
G3A	0,1416	0,7640	0,6023	0,0910	0,1633	-0,2111	-0,0918	0,2760	1,0000				
G3B	-0,1098	0,1644	0,2307	0,3001	0,3767	-0,0687	0,0313	0,0965	0,2370	1,0000			
G4A	0,2108	1,0000	0,7693	-0,0660	0,3823	-0,0772	-0,0483	0,5910	0,7640	0,1644	1,0000		
G4B	0,2108	1,0000	0,7693	-0,0660	0,3823	-0,0772	-0,0483	0,5910	0,7640	0,1644	1,0000	1,0000	
G4C	0,2108	1,0000	0,7693	-0,0660	0,3823	-0,0772	-0,0483	0,5910	0,7640	0,1644	1,0000	1,0000	1,0000
G5A	0,2111	0,9848	0,7485	-0,0453	0,4175	-0,0356	-0,0089	0,5985	0,7421	0,1164	0,9848	0,9848	0,9848
G5B	0,2111	0,9848	0,7485	-0,0453	0,4175	-0,0356	-0,0089	0,5985	0,7421	0,1164	0,9848	0,9848	0,9848
G5C	0,2108	1,0000	0,7693	-0,0660	0,3823	-0,0772	-0,0483	0,5910	0,7640	0,1644	1,0000	1,0000	1,0000
G6A	0,2708	0,9107	0,6430	-0,0053	0,4392	-0,0187	0,0003	0,6241	0,6429	0,1598	0,9107	0,9107	0,9107

continuação vertical...

	G1A	G1B	G1C	G2A	G2B	G2C	G2D	G2E	G3A	G3B	G4A	G4B	G4C
G8A	0,0234	-0,0556	0,0713	0,9858	0,2690	0,3171	0,4582	0,2080	0,0853	0,3013	-0,0556	-0,0556	-0,0556
G8B	0,2466	0,7112	0,4768	0,0168	0,4830	0,1195	0,0903	0,5866	0,4492	0,1496	0,7112	0,7112	0,7112
G8C	0,1232	0,8573	0,5967	-0,1950	0,3791	-0,1118	0,0389	0,4929	0,6430	0,2244	0,8573	0,8573	0,8573
G9A	0,0166	-0,0914	0,0454	0,9906	0,2623	0,3054	0,4511	0,1885	0,0635	0,2831	-0,0914	-0,0914	-0,0914
G9B	0,2401	0,3971	0,3263	0,5020	0,5431	0,2954	0,5657	0,4972	0,3783	0,1094	0,3971	0,3971	0,3971
G9C	0,2406	0,8614	0,5933	-0,2407	0,3128	0,0152	-0,0523	0,5491	0,5845	0,0760	0,8614	0,8614	0,8614
G10A	0,2481	0,4535	0,5152	0,3144	0,2226	-0,0629	0,1281	0,0748	0,6045	0,2485	0,4535	0,4535	0,4535
G10B	-0,0092	-0,0919	0,0546	0,9761	0,2602	0,2673	0,4154	0,1733	0,0740	0,2976	-0,0919	-0,0919	-0,0919
G11A	0,2108	1,0000	0,7693	-0,0660	0,3823	-0,0772	-0,0483	0,5910	0,7640	0,1644	1,0000	1,0000	1,0000
G11B	0,0166	-0,0915	0,0454	0,9906	0,2620	0,3052	0,4509	0,1884	0,0636	0,2835	-0,0915	-0,0915	-0,0915
G11C	0,2108	1,0000	0,7693	-0,0660	0,3823	-0,0772	-0,0483	0,5910	0,7640	0,1644	1,0000	1,0000	1,0000
G13A	0,0166	-0,0915	0,0454	0,9906	0,2620	0,3052	0,4509	0,1884	0,0636	0,2835	-0,0915	-0,0915	-0,0915
G13B	0,1811	0,9448	0,7059	0,0045	0,3491	-0,0567	-0,0020	0,4638	0,8123	0,2461	0,9448	0,9448	0,9448
G14A	0,1099	0,1596	0,1942	0,3493	0,1965	0,3270	0,2890	0,3181	0,2310	0,0817	0,1596	0,1596	0,1596
G14B	0,1612	0,8363	0,6020	-0,1368	0,2260	-0,1194	-0,2899	0,3485	0,5649	0,1762	0,8363	0,8363	0,8363
G15A	0,1433	0,8648	0,6251	-0,2123	0,1467	-0,1362	-0,2694	0,3623	0,6203	0,1179	0,8648	0,8648	0,8648

* $r > 0,3200$ ($p < 0,05$) – correlação significativa

continuação vertical...

	G5A	G5B	G5C	G6A	G8A	G8B	G8C	G9A	G9B	G9C	G10A	G10B	G11A
G8A	-0,0370	-0,0370	-0,0556	-0,0013	1,0000								
G8B	0,7333	0,7333	0,7112	0,7237	0,0416	1,0000							
G8C	0,8385	0,8385	0,8573	0,7623	-0,1777	0,6787	1,0000						
G9A	-0,0711	-0,0711	-0,0914	-0,0348	0,9942	0,0073	-0,2051	1,0000					
G9B	0,4144	0,4144	0,3971	0,4230	0,5297	0,4525	0,3459	0,5151	1,0000				
G9C	0,8431	0,8431	0,8614	0,7614	-0,2196	0,7638	0,8497	-0,2502	0,3480	1,0000			
G10A	0,4834	0,4834	0,4535	0,3242	0,2894	0,3321	0,3786	0,2755	0,4552	0,2849	1,0000		
G10B	-0,0709	-0,0709	-0,0919	-0,0322	0,9817	0,0197	-0,2007	0,9866	0,5459	-0,2466	0,2926	1,0000	
G11A	0,9848	0,9848	1,0000	0,9107	-0,0556	0,7112	0,8573	-0,0914	0,3971	0,8614	0,4535	-0,0919	1,0000
G11B	-0,0713	-0,0713	-0,0915	-0,0348	0,9942	0,0071	-0,2051	1,0000	0,5150	-0,2502	0,2752	0,9866	-0,0915
G11C	0,9848	0,9848	1,0000	0,9107	-0,0556	0,7112	0,8573	-0,0914	0,3971	0,8614	0,4535	-0,0919	1,0000
G13A	-0,0713	-0,0713	-0,0915	-0,0348	0,9942	0,0071	-0,2051	1,0000	0,5150	-0,2502	0,2752	0,9866	-0,0915
G13B	0,9279	0,9279	0,9448	0,8434	0,0084	0,6289	0,8189	-0,0247	0,4024	0,7936	0,5414	-0,0222	0,9448
G14A	0,1749	0,1749	0,1596	0,0284	0,3736	0,1773	0,1098	0,3695	0,3704	0,0975	0,2414	0,3485	0,1596
G14B	0,8187	0,8187	0,8363	0,7366	-0,1361	0,6166	0,6829	-0,1644	0,0873	0,7110	0,2821	-0,1605	0,8363
G15A	0,8473	0,8473	0,8648	0,7611	-0,2071	0,5789	0,7859	-0,2401	0,1342	0,7637	0,3397	-0,2372	0,8648

* $r > 0,3200$ ($p < 0,05$) – correlação significativa

continuação horizontal...

	G11B	G11C	G13A	G13B	G14A	G14B	G15A
G1A	0,0166	0,2108	0,0166	0,1811	0,1099	0,1612	0,1433
G1B	-0,0915	1,0000	-0,0915	0,9448	0,1596	0,8363	0,8648
G1C	0,0454	0,7693	0,0454	0,7059	0,1942	0,6020	0,6251
G2A	0,9906	-0,0660	0,9906	0,0045	0,3493	-0,1368	-0,2123
G2B	0,2620	0,3823	0,2620	0,3491	0,1965	0,2260	0,1467
G2C	0,3052	-0,0772	0,3052	-0,0567	0,3270	-0,1194	-0,1362
G2D	0,4509	-0,0483	0,4509	-0,0020	0,2890	-0,2899	-0,2694
G2E	0,1884	0,5910	0,1884	0,4638	0,3181	0,3485	0,3623
G3A	0,0636	0,7640	0,0636	0,8123	0,2310	0,5649	0,6203
G3B	0,2835	0,1644	0,2835	0,2461	0,0817	0,1762	0,1179
G4A	-0,0915	1,0000	-0,0915	0,9448	0,1596	0,8363	0,8648
G4B	-0,0915	1,0000	-0,0915	0,9448	0,1596	0,8363	0,8648
G4C	-0,0915	1,0000	-0,0915	0,9448	0,1596	0,8363	0,8648
G5A	-0,0713	0,9848	-0,0713	0,9279	0,1749	0,8187	0,8473
G5B	-0,0713	0,9848	-0,0713	0,9279	0,1749	0,8187	0,8473
G5C	-0,0915	1,0000	-0,0915	0,9448	0,1596	0,8363	0,8648
G6A	-0,0348	0,9107	-0,0348	0,8434	0,0284	0,7366	0,7611

continuação vertical...

	G11B	G11C	G13A	G13B	G14A	G14B	G15A
G8A							
G8B							
G8C							
G9A							
G9B							
G9C							
G10A							
G10B							
G11A							
G11B	1,0000						
G11C	-0,0915	1,0000					
G13A	1,0000	-0,0915	1,0000				
G13B	-0,0247	0,9448	-0,0247	1,0000			
G14A	0,3695	0,1596	0,3695	0,1369	1,0000		
G14B	-0,1644	0,8363	-0,1644	0,7690	0,1573	1,0000	
G15A	-0,2401	0,8648	-0,2401	0,7956	0,2165	0,9132	1,0000

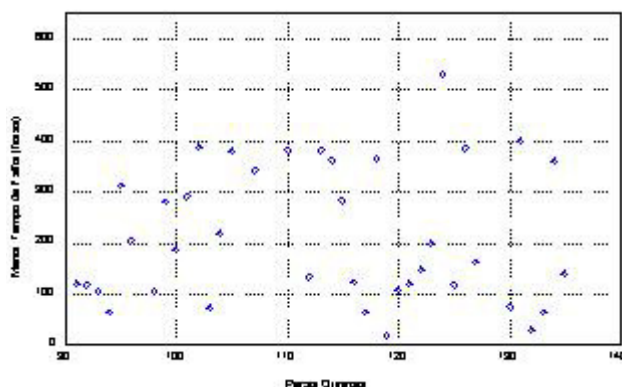
* $r > 0,3200$ ($p < 0,05$) – correlação significativa

ANEXO 6

ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DO MENOR TEMPO DE FALHA ENTRE AS PEÇAS ORIGINAIS

A FIGURA 22 representa o comportamento dos dados com o Menor Tempo de Falha (MTF) das peças originais.

FIGURA 22: Tempo de vida para o MTF



a) Modelo de distribuição de probabilidade ajustado

TABELA 17: Parâmetros estimados para os modelos - MTF

Modelo	Parâmetros			
	λ	MTTF	Escala	Forma
Exponencial	$\hat{\lambda} = 0,0046$	215,3158	---	---
Weibull	---	214,2477	$\hat{\alpha} = 241,211$	$\hat{\delta} = 1,6665$
Gamma	---	218,0798	$\hat{\alpha} = 104,8536$	$\hat{\delta} = 2,0798$
	---	MTTF	Média	Variância
Log-normal	---	226,2392	$\hat{\mu}_{\log} = 5,1325$	$\sigma_{\log}^2 = 0,5782$
Normal	---	215,3158	$\hat{\mu} = 215,3158$	$\sigma^2 = 133,8834$

Antes de determinar a função de confiabilidade, aplicou-se o teste de aderência Aos modelos acima, como mostra o item a seguir:

b) Teste de aderência para os modelos estimados

TABELA 18: Testes de aderência para os modelos para o MTF

Modelo	Teste Qui-quadrado			Teste de Kolmogorov-Smirnov	
	χ^2_{cal}	χ^2_{tab}	p	Teste KS	p
Exponencial	20,73	1,88	0,0009	0,2114	0,0002
Weibull	10,54		0,0323	0,1233	0,0486
Gamma	12,21		0,0159	0,1239	0,0441
Log-normal	17,28		0,0017	0,1418	0,0520
Normal	11,53		0,0212	0,2056	0,0003

Analisando a tabela acima observa-se que nenhum dos modelos se ajustou aos dados ($p < 0,05$); logo, descarta-se a possibilidade de usar qualquer uma das distribuições para estimar a confiabilidade e a taxa de falha para o menor tempo de falha (MTF).

APÊNDICE

APÊNDICE A

ANÁLISE DE DADOS SIMULADOS

Utilizou-se a distribuição de Weibull para gerar 5 variáveis (peças), com 100 observações (tempo de vida) cada uma, o que será considerado um processo sem censura. O conjunto de variáveis representa um equipamento, cada variável vem a ser um tipo de peça do equipamento e cada observação representa o tempo de vida da peça.

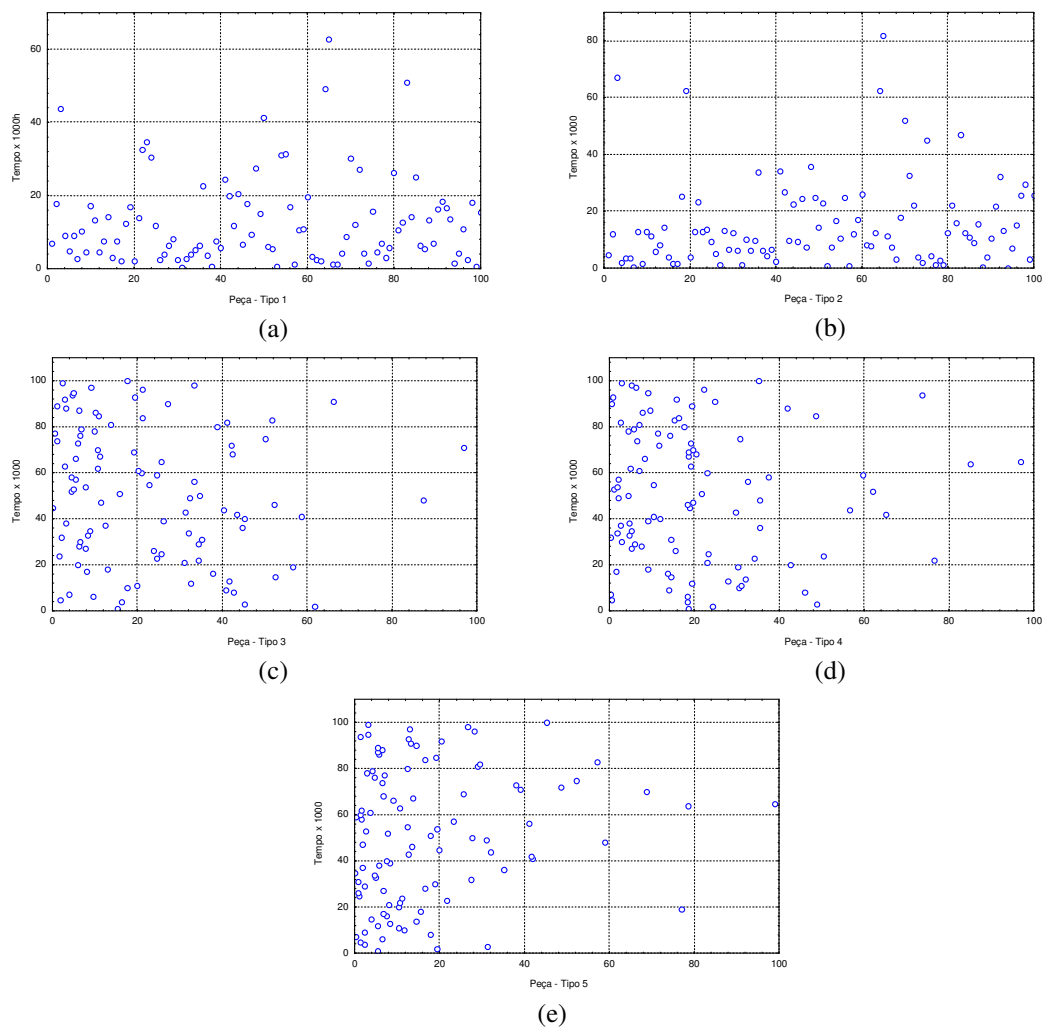
A.1 Análise de confiabilidade univariada

Esse procedimento será utilizado para fins comparativos da técnica de confiabilidade univariada com a que se pretende propor, técnica de confiabilidade multivariada para componentes correlacionados.

A.1.1 Análise das peças 1 a 5

A FIGURA 23 representa o comportamento das 5 peças simuladas com 100 observações cada uma. Para questão de ilustração as variáveis serão chamadas de peças tipo 1, 2, ..., 5.

FIGURA 23: Tempo de vida das peças de 1 a 5

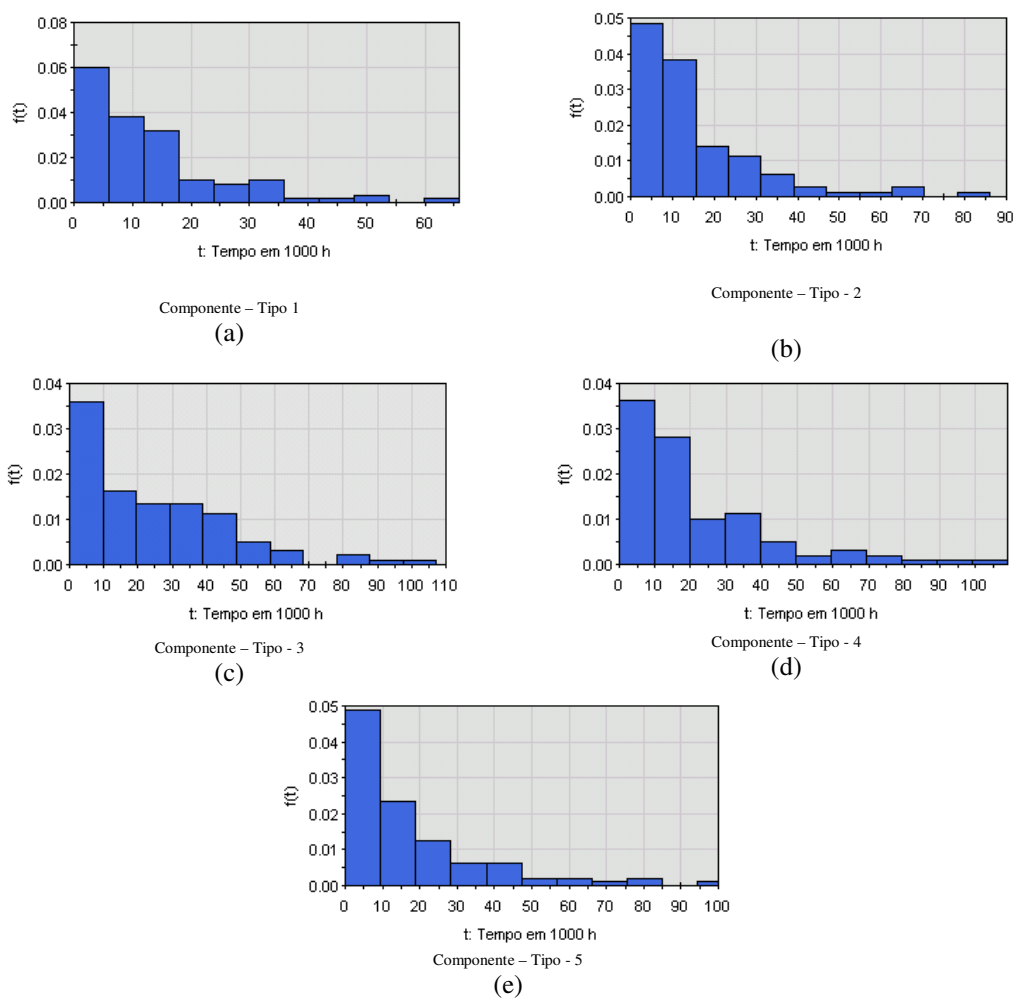


Para analisar o tempo de vida das peças acima, utilizaram-se os seguintes procedimentos:

- 1^o) determinar a função densidade de falha $f(t)$ para o tempo de vida;
- 2^o) ajustar um modelo de distribuição de probabilidade;
- 3^o) determinar o melhor modelo de ajuste para os dados, através do método de máxima verossimilhança e do método de mínimos quadrados;
- 4^o) utilizar um modelo de confiabilidade (distribuições de probabilidade);
- 5^o) determinar a confiabilidade $R(t)$ e o tempo médio de falha MTTF, utilizando-se o modelo de confiabilidade proposto;

A.1.1.1 Função densidade de falha $f(t)$ para o tempo de vida das peças de 1 a 5

FIGURA 24: Função densidade de falha $f(t)$ para o tempo de vida das peças de 1 a 5



A.1.1.2 Ajuste do modelo de distribuição para o tempo de vida das peças de 1 a 5

Os modelos utilizados foram: Exponencial, Weibull, Gamma, Log-normal e Normal. Para realizar o teste de aderência para os modelos de confiabilidade, aplicou-se o Teste Qui-quadrado, Teste de Kolmogorov-Smirnov e o Teste Comparativo em relação ao modelo de Kaplan-Meier.

Os modelos de distribuição que mais se adequaram às 5 peças foram os modelos Exponencial e Weibull, sendo que o modelo de Weibull em todas as peças teve seu parâmetro de forma ($\hat{\delta}$) próximo de 1, confirmando a eficiência de ajuste do modelo exponencial às confiabilidades dos componentes, como veremos a seguir:

a) Parâmetros estimados para o modelo exponencial para o tempo de vida das peças de 1 a 5.

Para estimar os parâmetros do modelo, utilizou-se o método de Máxima Verossimilhança.

TABELA 19: Parâmetros estimados para o modelo exponencial para o tempo de vida das peças de 1 a 5

Peça	Taxa de Falha ($\hat{\lambda}$)	MTTF ($\hat{\alpha}$)
Tipo 1	0,0782	12,7947
Tipo 2	0,0659	15,1795
Tipo 3	0,0412	24,2960
Tipo 4	0,046	21,7617
Tipo 5	0,0573	17,4689

- b) Função de confiabilidade exponencial para o tempo de vida das peças de 1 a 5 e seus respectivos coeficientes de explicação.

Para verificar a eficiência do modelo, utilizaram-se os métodos de mínimos quadrados e gráfico de dispersão comparativo modelo x Kaplan-Meier.

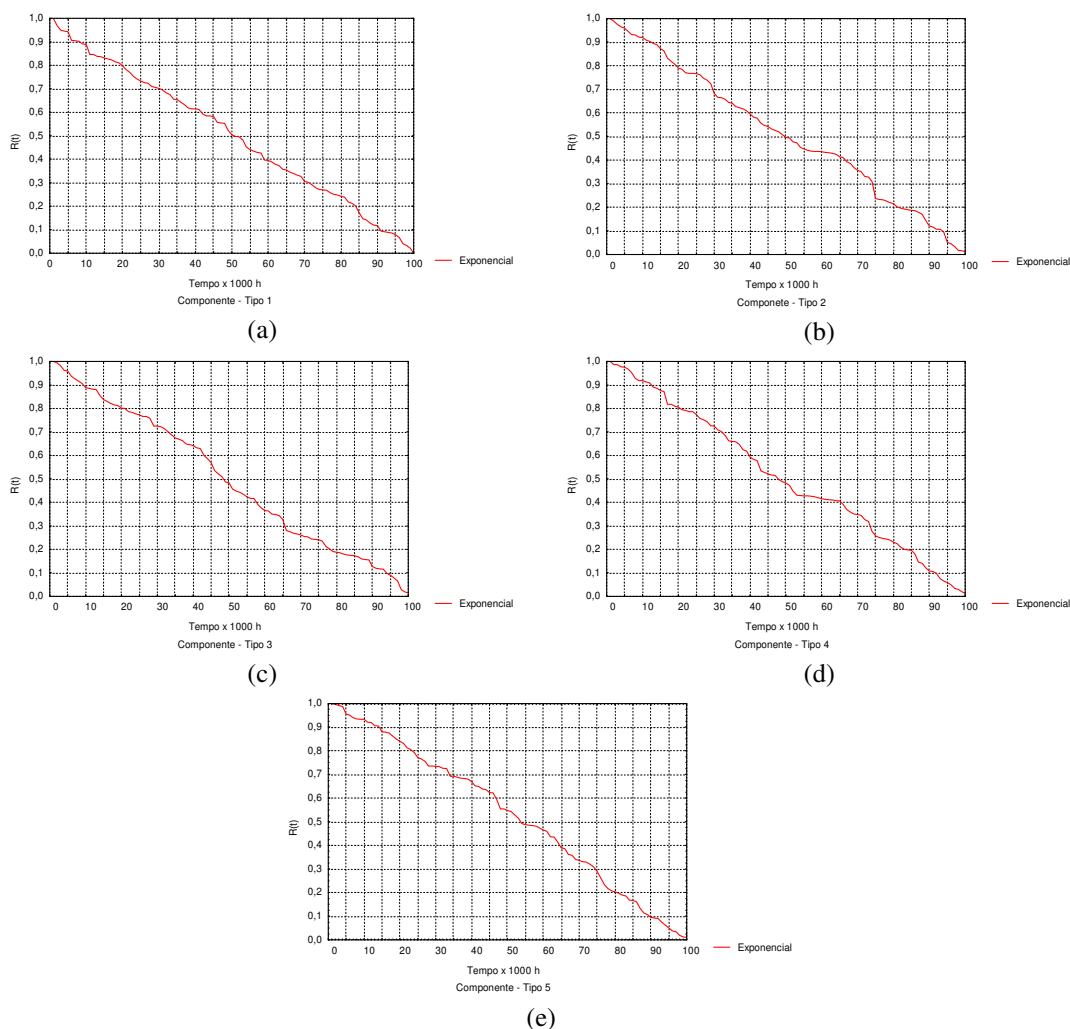
TABELA 20: Função de confiabilidade exponencial para o tempo de vida das peças de 1 a 5 e seus respectivos coeficientes de explicação

Peças	Função	R^2	$R^2_{adj.}$	Teste F
Tipo 1	$R(t) = e^{\frac{-t}{12,7947}}$	0,90	0,896	18328,58
Tipo 2	$R(t) = e^{\frac{-t}{15,1795}}$	0,93	0,927	11396,77
Tipo 3	$R(t) = e^{\frac{-t}{24,296}}$	0,99	0,984	12128,17
Tipo 4	$R(t) = e^{\frac{-t}{21,7617}}$	0,97	0,965	15114,29
Tipo 5	$R(t) = e^{\frac{-t}{17,4689}}$	0,94	0,9335	6993,69

Analisando-se a TABELA 20, pode-se observar que o modelo exponencial ajustou-se muito bem aos dados para os cinco tipos de peças.

c) Gráfico da função de confiabilidade exponencial para as peças de 1 a 5

FIGURA 25: Função de confiabilidade (modelo exponencial)
para o tempo de vida das peças de 1 a 5



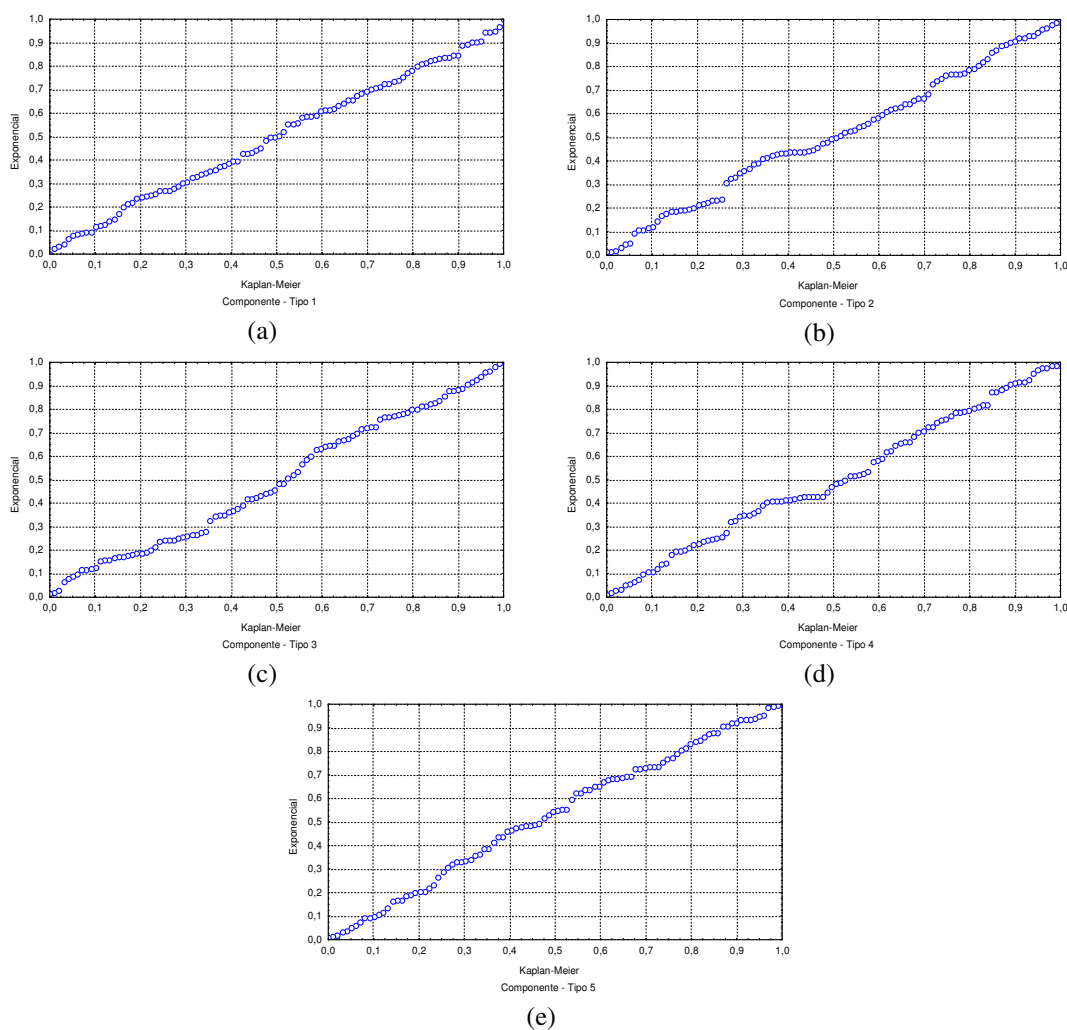
d) Testes de aderência para o modelo exponencial para as peças de 1 a 5

TABELA 21: Testes de aderência para o modelo exponencial para o
tempo de vida das peças de 1 a 5

Peças	Teste Qui-quadrado			Teste de Kolmogorov-Smirnov	
	χ^2_{cal}	χ^2_{tab}	p	Teste KS	p
Tipo 1	6,93	1,88	0,6447	0,0642	0,2256
Tipo 2	6,63		0,6755	0,0600	0,2314
Tipo 3	8,63		0,4722	0,1161	0,1161
Tipo 4	4,35		0,8868	0,0603	0,2496
Tipo 5	7,03		0,6337	0,0715	0,2191

Para ambos os testes, aceita-se a hipótese nula, ou seja, os dados seguem uma distribuição exponencial. Um outro método de verificação do ajuste do modelo é construir um gráfico de dispersão com o modelo não-paramétrico de Kaplan-Meier, em função do modelo paramétrico (distribuição de probabilidade) a ser analisado, como mostra a FIGURA 26.

FIGURA 26: Kaplan-Meier x Distribuição Exponencial para o tempo de vida das peças de 1 a 5



Pelo gráfico de dispersão, observa-se que o modelo exponencial, para as cinco peças, se ajustou muito bem em relação ao modelo de Kaplan-Meier, ou seja, a sequência de pontos equivale à bissetriz do primeiro quadrante.

A.2 Análise multivariada do tempo de vida das peças

A seguir apresenta-se a análise conjunta do tempo de vida das 5 peças, através da análise de componentes principais.

A.2.1 Estatísticas descritivas das variáveis simuladas

TABELA 22: Estatística descritiva do tempo de vida das peças simuladas x 1000 horas

		Estatísticas (n = 100)		
		Média	Desvio Padrão	Variância
Variáveis	X ₁	12,79	12,1360	147,2828
	X ₂	15,18	15,5088	240,5225
	X ₃	24,61	22,8780	523,4045
	X ₄	21,77	21,4884	461,7512
	X ₅	17,46	19,0772	363,9407

Na TABELA 23, apresenta-se a correlação entre as peças:

TABELA 23: Matriz das correlações entre o tempo de vida das peças simuladas*

		Peças				
		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
Peças	X ₁	1,00	---	---	---	---
	X ₂	0,74	1,00	---	---	---
	X ₃	0,43	0,47	1,00	---	---
	X ₄	0,46	0,46	0,39	1,00	---
	X ₅	0,68	0,84	0,45	0,41	1,00

* as correlações foram todas altamente significativas ($p < 0,01$)

Na TABELA 24, observa-se a dispersão das peças correlacionadas; na diagonal principal apresenta-se a variância e nas demais células a covariância.

TABELA 24: Valores das variâncias e covariâncias entre o tempo de vida das peças simuladas

		Peças				
		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
Peças	X ₁	147,2828	---	---	---	---
	X ₂	140,1247	240,5225	---	---	---
	X ₃	118,8117	165,5143	523,4045	---	---
	X ₄	120,6036	152,9159	191,0611	461,7512	---
	X ₅	157,2915	249,3005	195,1474	168,9260	363,9407

Analisando-se as TABELAS 23 e 24, observa-se uma correlação forte e altamente significativa entre o tempo de vida das peças, afirmando-se a hipótese de que as mesmas poderão ser analisadas conjuntamente, pois, se forem analisadas separadamente, poderão perder o efeito do trabalho conjunto das peças. As TABELAS 23 e 24 serão utilizadas “a posteriori” para que se possam determinar os autovalores e autovetores dos componentes principais.

A.2.2 Determinação dos componentes principais

Para determinar os componentes principais, utilizou-se a matriz de correlação “r”, TABELA 23.

Na TABELA 25, apresentam-se os autovalores e os seus respectivos coeficientes de explicação, fornecidos pelos autovetores.

TABELA 25: Autovalores e seus respectivos coeficientes de explicação

Componente Principal	Inércia do Autovalor	% da Variância Explicada	% da Variância Explicada Acumulada
CP1	3,1791	63,582	63,582
CP2	0,7252	14,504	78,086
CP3	0,6154	12,308	90,394
CP4	0,3317	6,634	97,028
CP5	0,1486	2,972	100,00

O percentual da variância explicada vem a ser o valor do “autovalor”, dividido pelo número de variáveis, que vem a ser o traço da matriz de correlação.

Na TABELA 26, apresentam-se os autovetores derivados dos autovalores, encontrados através da matriz de correlação.

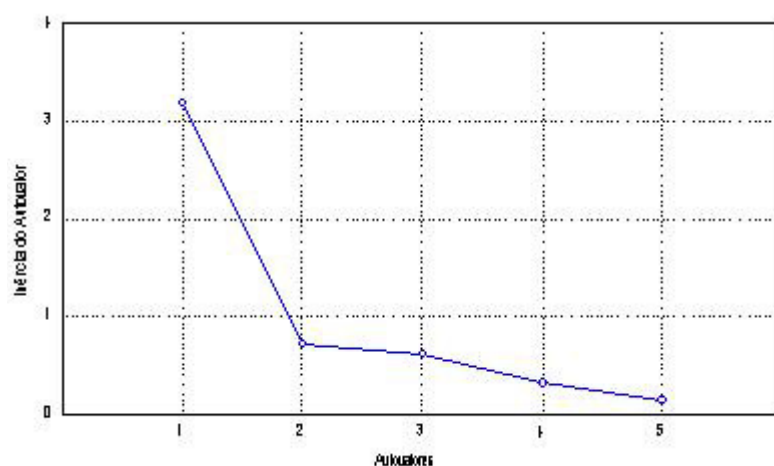
TABELA 26: Autovetores encontrados para as peças simuladas

Autovetores		ℓ_1	ℓ_2	ℓ_3	ℓ_4	ℓ_5
Peças	X ₁	0,28255	0,13065	0,17387	0,80740	0,47007
	X ₂	0,40043	0,17849	0,35426	0,21848	-0,79659
	X ₃	0,54422	-0,81874	-0,18178	-0,02088	0,00354
	X ₄	0,47893	0,48227	-0,72807	-0,08919	0,00056
	X ₅	0,48402	0,21944	0,53022	-0,54035	0,38008

Observa-se na TABELA 25 que o primeiro componente principal (CP₁) reflete 63,582% da variabilidade total das peças originais. O segundo componente principal (CP₂) reflete 14,504% e o terceiro componente (CP₃) reflete 12,308%; os demais somados refletem 9,606% da variabilidade total.

A FIGURA 27 mostra o peso de cada autovalor, definido pelo Critério Gráfico de Cattell (CATTEL, 1966).

FIGURA 27: Peso do autovalores e o Critério Gráfico de Cattell



Analisando-se a TABELA 25, conforme o Critério de Kaiser, citado por MARDIA *et al.* (1979), deve-se escolher apenas o primeiro componente principal (CP₁), pois é o único componente com peso maior que 1, explicando um total de 63,582% da variação total. Se for utilizado o critério gráfico de Cattell (CATTEL, 1966), chega-se à mesma conclusão, pois após o primeiro componente principal ocorre uma queda brusca na curva, FIGURA 27.

A.2.2.1 Correlação entre as peças simuladas e os componentes principais

A TABELA 27 mostra a correlação entre as peças simuladas e os componentes principais.

TABELA 27: Correlação entre as peças simuladas e os componentes principais

		Componentes Principais				
		CP ₁	CP ₂	CP ₃	CP ₄	CP ₅
Peças	X ₁	0,75*	0,19	0,24**	0,53*	0,24*
	X ₂	0,84*	0,20**	0,38*	0,11	-0,32**
	X ₃	0,77*	-0,62*	-0,13	-0,01	0,00
	X ₄	0,72*	0,39*	-0,57*	-0,03	0,00
	X ₅	0,82*	0,20*	0,47*	-0,23**	0,12

* correlação altamente significativa (p<0,01)

** correlação significativa (p<0,05)

Analisando-se a tabela acima, pode-se verificar que o 1º componente principal correlaciona-se fortemente com todas as peças simuladas (X₁ à X₅). O 2º componente principal (CP₂) correlaciona-se negativamente somente com a terceira peça simulada (X₃). O 3º componente principal (CP₃) correlaciona-se com a quarta (X₄) e a quinta peça (X₅). O 4º componente principal (CP₄) correlaciona-se somente com a primeira peça (X₁) e o 5º componente principal, em função de suas correlações fracas com as peças simuladas, poderá ser descartado. A correlação das peças originais com os componentes principais significa o grau de contribuição das mesmas para a formação do componente principal, ou ainda, pela matriz de correlação todas as peças tiveram uma contribuição significativa para a determinação do 1º componente principal.

A.2.2.2 Análise do 1º componente principal

A FIGURA 28 representa o comportamento do tempo de vida do 1º componente principal, ou seja, vem a ser a combinação linear das peças simuladas com o 1º componente principal.

FIGURA 28: Tempo de vida do 1º componente principal

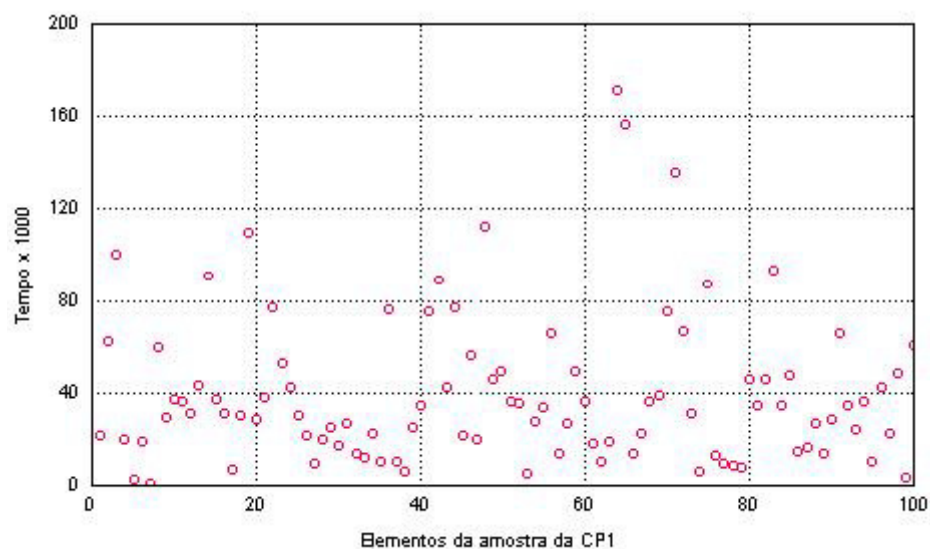
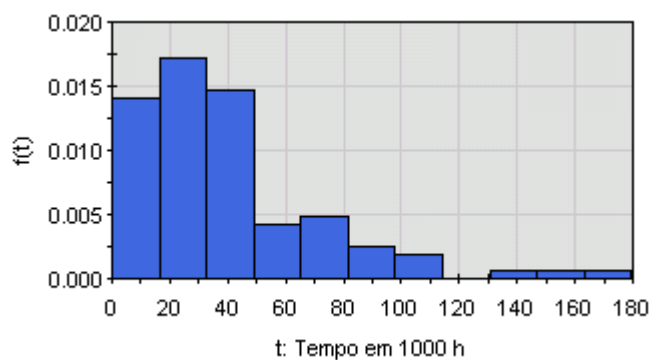


TABELA 28: Estatística descritiva do tempo de vida do 1º componente principal x 1000 horas

Componente	Média	Desvio Padrão	Variância
CP ₁	39,743493	32,381749	1048,5777

Observa-se que o componente principal absorveu muito bem o efeito da variação das 5 peças simuladas, ou seja, manteve um coeficiente de variação alto, caracterizando o comportamento da distribuição exponencial e Weibull.

1º) Função densidade de falha $f(t)$ para o tempo de vida do 1º componente principal.

FIGURA 29: Função densidade de falha $f(t)$ para o tempo de vida do 1º componente principal

2º) Ajuste do modelo de distribuição para o tempo de vida do 1º componente principal.

- Principais modelos que se ajustaram aos dados:

a) Modelo Exponencial e Weibull

TABELA 29: Parâmetros estimados para os modelos exponencial e Weibull

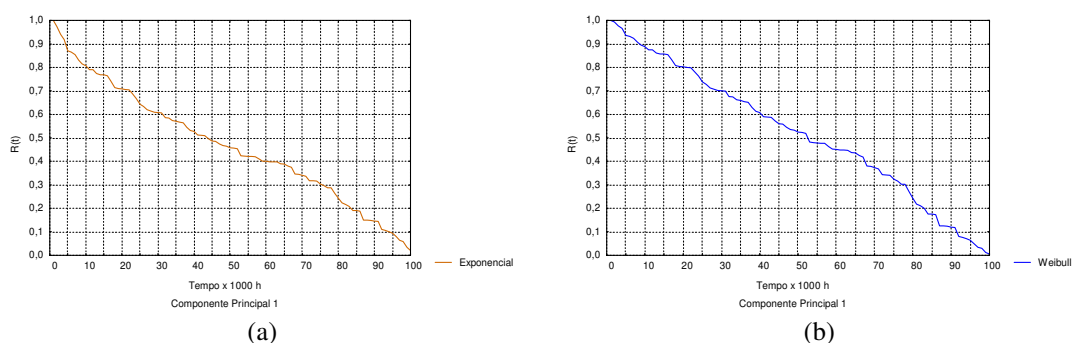
Modelo	Parâmetros			
	Taxa de Falha	MTTF	Escala	Forma
Exponencial	$\lambda = 0,0252$	39,7435	---	---
Weibull	---	39,8284	$\hat{\alpha} = 43,311$	$\hat{\delta} = 1,3155$

b) Função de confiabilidade Exponencial e Weibull

TABELA 30: Função de confiabilidade Exponencial e Weibull para o tempo de vida do 1º componente principal e seus respectivos coeficientes de explicação

Modelo	Função	R^2	$R^2_{adj.}$	Teste F
Exponencial	$R(t) = e^{\frac{-t}{39,7435}}$	0,86	0,8592	2129,31
Weibull	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{43,3111}\right)^{1,3155}}$	0,94	0,9393	7831,43

FIGURA 30: Função de confiabilidade (exponencial e Weibull) para o 1º componente principal



c) Teste de aderência para o modelo Exponencial e Weibull

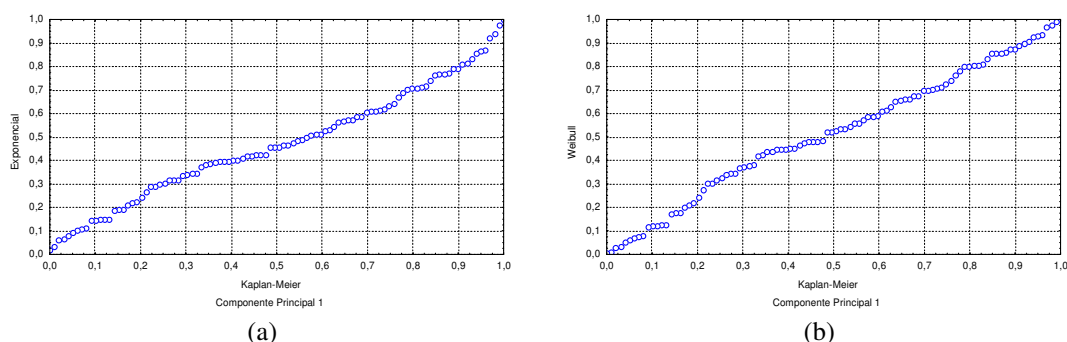
TABELA 31: Teste de aderência para o modelo Exponencial e Weibull

Modelo	Teste Qui-quadrado			Teste de Kolmogorov-Smirnov	
	χ^2_{cal}	χ^2_{tab}	p	Teste KS	p
Exponencial	13,94	1,88	0,1245	0,1298	0,0003
Weibull	8,02	1,88	0,4317	0,0745	0,1740

Para o teste Qui-quadrado aceita-se a hipótese nula, ou seja, os dados seguem uma distribuição Exponencial e Weibull, mas para o Teste de Kolmogorov-Smirnov, para a distribuição exponencial a hipótese é rejeitada.

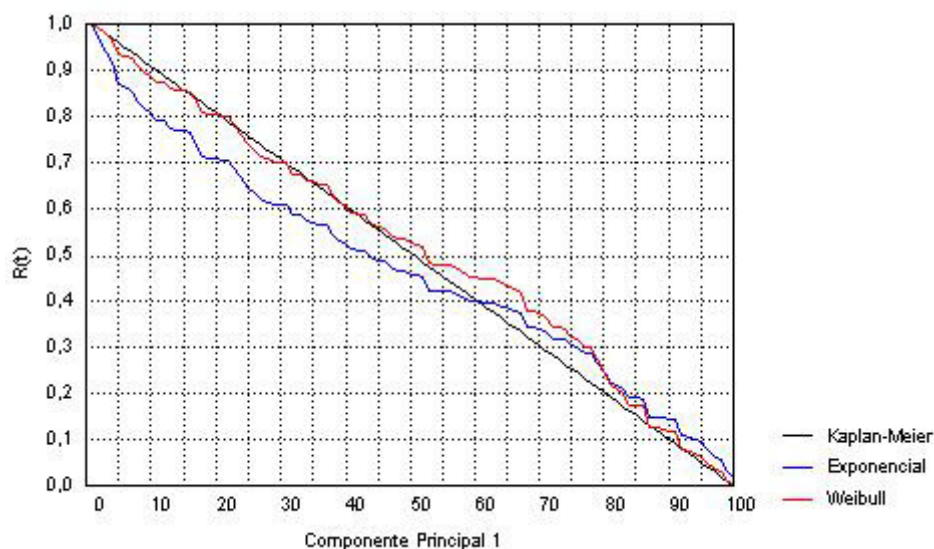
d) Gráfico de dispersão para o modelo exponencial e Weibull

FIGURA 31: Kaplan-Meier x Distribuição exponencial e Weibull para o 1º componente principal



A FIGURA 32 representa o comportamento da confiabilidade para os modelos Exponencial e Weibull que melhor se ajustaram aos dados.

FIGURA 32: Função de confiabilidade (modelos Kaplan-Meier, Exponencial e Weibull) para o 1º componente principal

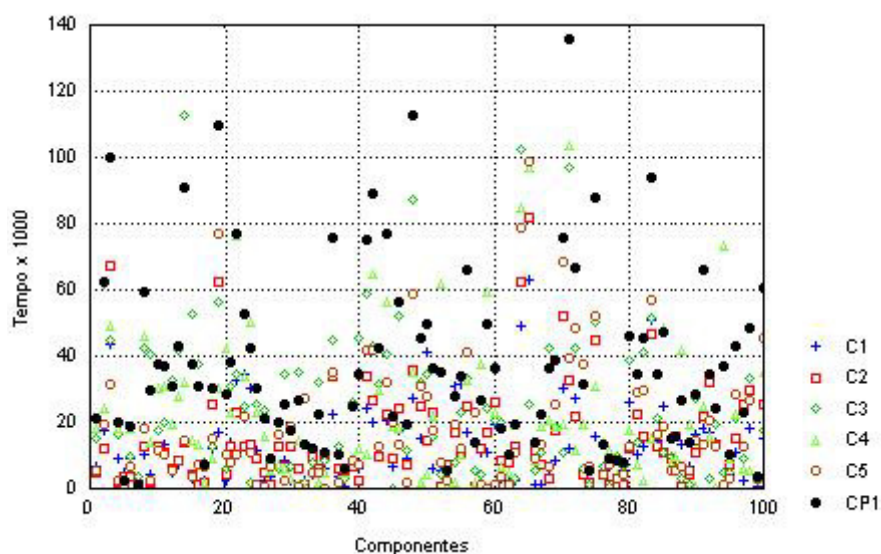


Comparando-se os modelos Exponencial e Weibull, pode-se verificar que o modelo a ser utilizado é o Weibull, pois o modelo ajustou-se melhor em relação à curva de Kaplan-Meier. Isso também foi comprovado pelo Teste de Aderência de Kolmogorov-Smirnov (TABELA 14), observando-se que o modelo exponencial não é ajustável aos dados.

A.3 Comparação da metodologia proposta com a tradicional

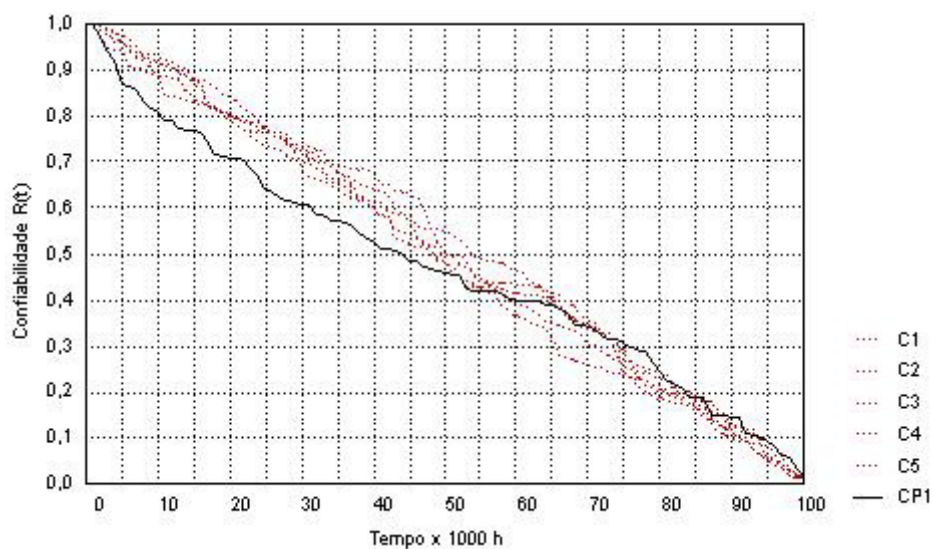
Após a análise dos dados utilizando-se a metodologia univariada e o 1º componente principal, pode-se observar que a metodologia proposta absorveu muito bem o tempo de vida de cada peça original, como se pode observar na FIGURA 33.

FIGURA 32: Gráfico de dispersão do 1º componente principal com as peças originais



A FIGURA 33 mostra a relação da confiabilidade do 1º componente principal com as peças que o geraram.

FIGURA 33 - Relação da confiabilidade do 1º componente principal com as peças de 1 a 5



Observado-se as FIGURAS 32 e 33, verificou-se que o 1º componente principal, em função da sua capacidade de absorção da variabilidade das peças originais, tem uma confiabilidade semelhante à das variáveis originais. Isso reforça o propósito de utilizar a ACP para determinar a confiabilidade de um equipamento.